



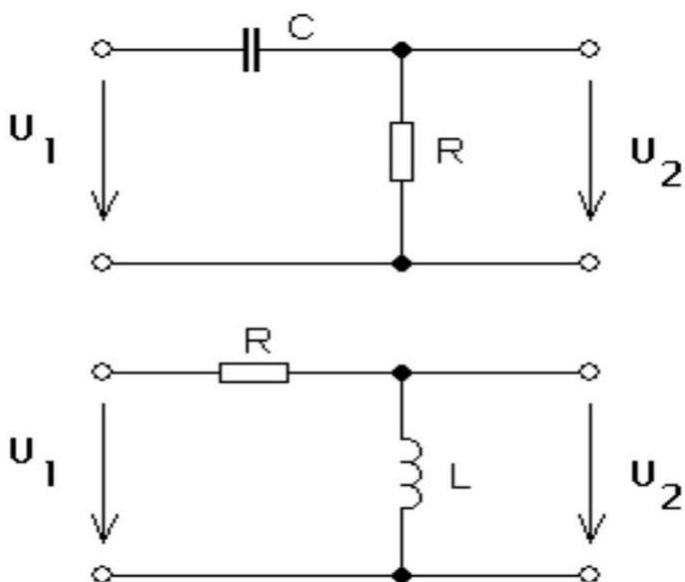
Přechodová charakteristika integračního a derivačního dvojbranu

Přechodová charakteristika integračního a derivačního dvojbranu

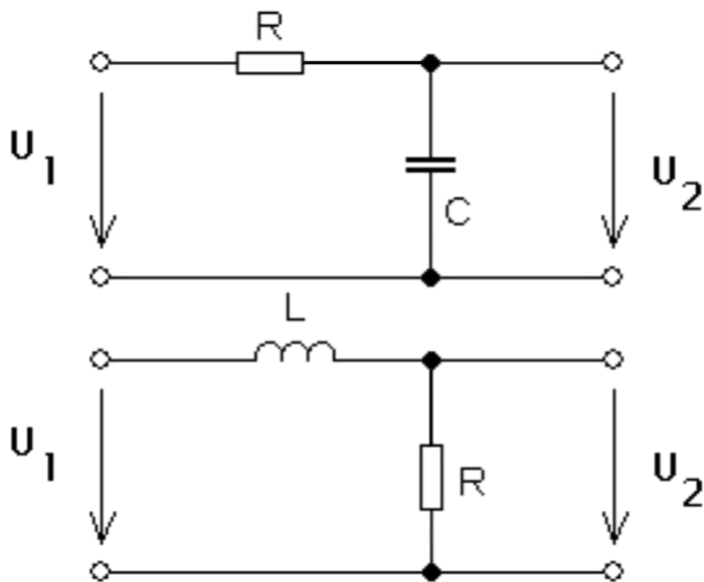
Definice

Derivační článek (derivátor) je [elektrotechnický obvod](#), který provádí matematickou funkci [derivování](#) – napětí na výstupu je derivací napětí na vstupu podle času.

Integrační článek (integrátor) je [elektrotechnický obvod](#), který provádí matematickou funkci [integrování](#) – napětí na výstupu je integrálem napětí na vstupu podle času.



Obr. 1: Derivační článek



Obr. 2: Integrační článek

Derivační a integrační článek obsahuje nejméně jednu **kmitočtově závislou součástku** (kondenzátor, cívka). Nejjednodušším zapojením je pasivní zapojení využívající jeden kondenzátor, či cívku. Aktivní elektronický derivátor i integrátor obsahuje operační zesilovač s rezistorem a kondenzátorem. Derivační článek má frekvenční charakteristiku **horní propusti** – se zvyšující se frekvencí vstupního napětí výstupní napětí roste, integrační článek má naopak frekvenční charakteristiku **dolní propusti** – se zvyšující se frekvencí vstupního napětí výstupní napětí klesá. V odborné literatuře jsou tyto obvodové prvky označovány také jako články, čtyřpóly, dvojbrany či filtry.

- **Napěťový přenos**

Napěťový přenos **A** je důležitou charakteristickou veličinou těchto obvodů. Je definován vztahem: $A = U_2 / U_1$. U_1 je vstupní a U_2 výstupní napětí členu.

Pro integrační článek platí:

$$\frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{1}{j\omega C + R} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

- **Přenosová charakteristika**

Grafická závislost absolutní hodnoty přenosu napětí na frekvenci se nazývá přenosová charakteristika. Přenos se vyjadřuje obvykle v decibelech:

$$a = 20 \log \frac{U_2}{U_1} [\text{dB}]$$

Přenos napětí pro integrační člen RC lze vypočítat ze vztahu:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot C^2 \cdot R^2}}$$

kde ω je kruhová frekvence střídavého proudu, C je kapacita kondenzátoru a R ohmický odpor rezistoru. Pokud je $\omega \cdot C \cdot R \ll 1$, je napěťový přenos přibližně roven jedné. Jestliže $\omega \cdot C \cdot R = 1$, pak pro poměr napětí platí:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

V tomto případě činí útlum -3dB. Tomuto poměru napětí odpovídá kmitočet, který se nazývá mezní (kritický) a lze jej vyjádřit vztahem:

$$f_m = \frac{1}{2\pi RC}$$

Po dosazení do vztahu pro A můžeme výraz upravit do podoby:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{f^2}{f_m^2}}}$$

kde f je libovolná frekvence střídavého proudu. Pokud je $\omega \cdot C \cdot R \gg 1$, neboli $f > f_m$, je přenos napětí výrazně menší než jedna. Tohoto jevu se používá k filtraci. Integrovační člen RC působí jako **dolní propust** (horní zádrž). Od mezního kmitočtu jsou vyšší frekvence postupně stále více omezovány.

Derivační článek:

U derivačního členu RC je tomu naopak. Absolutní hodnotu přenosu lze vyjádřit vztahem:

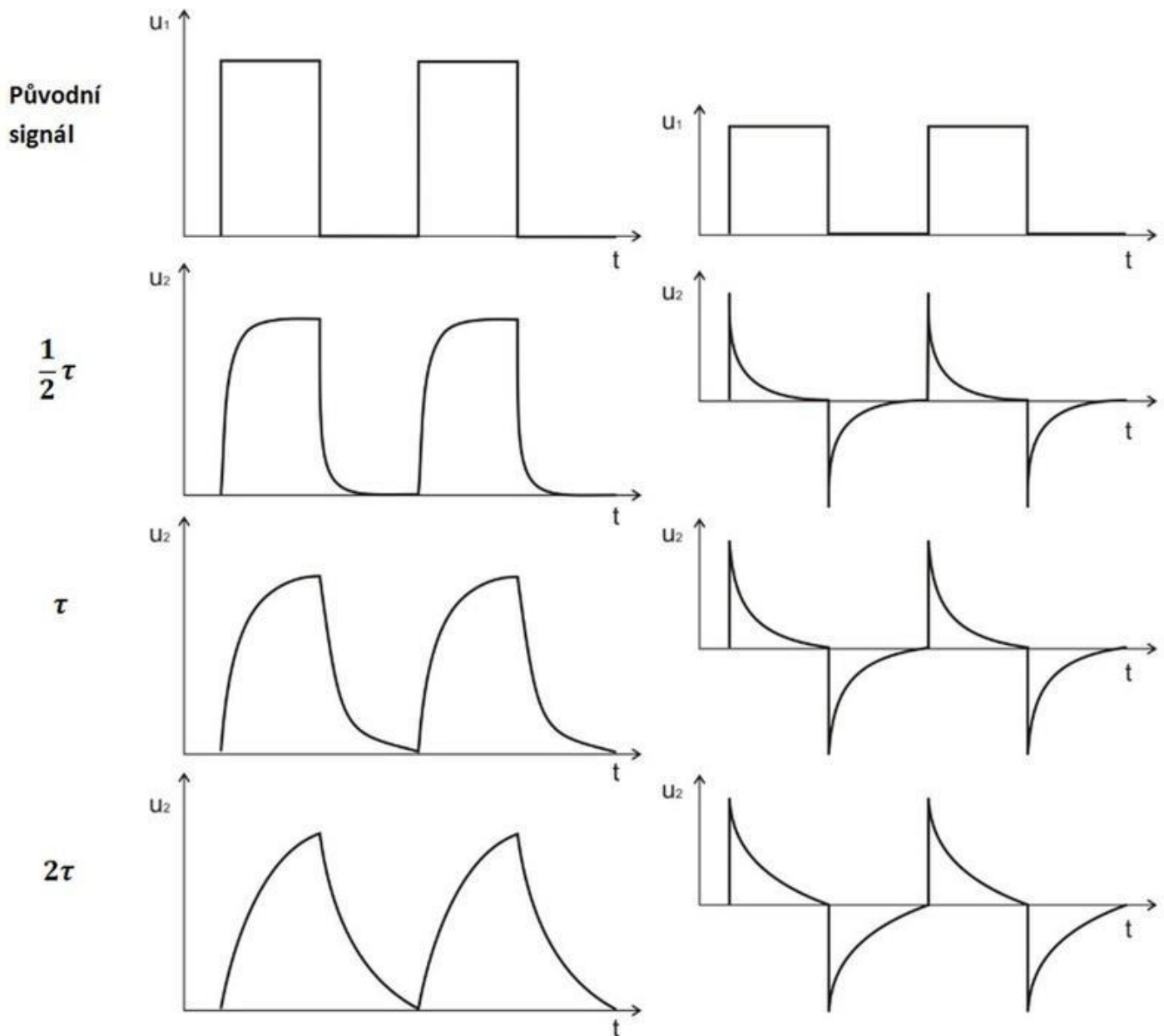
$$A = \frac{\omega \cdot C \cdot R}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot C^2 \cdot R^2}} = \frac{\frac{f}{f_m}}{\sqrt{1 + \frac{f^2}{f_m^2}}}$$

Dosažené frekvence jsou v obráceném poměru. Napěťový přenos menší než jedna nastává pro $f < f_m$.

Derivační člen proto působí jako **horní propust** (dolní zádrž). Od mezního kmitočtu jsou nižší frekvence stále více potlačovány.

Výše uvedený popis platí pro ideální impedanční přizpůsobení vstupů i výstupů těchto členů. Zdroj signálu má nulový vnitřní odpor, výstup článku je nezátížen. Názvy článků jsou odvozeny od jejich chování při aplikaci obdélníkových napěťových pulzů.

Přechodové charakteristiky integračního a derivačního článku



Obr. 3: Přechodové charakteristiky integračního a derivačního článku

Na obr. 3 jsou uvedeny časové průběhy napětí na vstupu a výstupu integračního (vlevo) a derivačního článku pro různé časové konstanty obou článků.

V prvním případě byla nastavena časová konstanta článku na hodnotu $\frac{1}{2}\tau$, potom τ a nakonec 2τ . Vhodné je měnit časovou konstantu velikostí odporu rezistoru v článku. $\tau=RC$ nebo $\tau=L/R$. Při větší hodnotě odporu se kondenzátor nabíjí pomaleji.

- **Komplexní přenos**

Komplexní přenos derivačního článku se dá vyjádřit vztahem:

$$F(j\omega) = \frac{\overline{U_2}}{\overline{U_1}} = \frac{j\omega\tau}{1+j\omega\tau},$$

kde $\tau = RC$ pro obvod s [rezistorem](#), pro obvod s cívku platí $\tau = L/R$. **F** je komplexní číslo a má stejný význam jako **A**.

Na derivačním článku dochází k fázovému posunutí mezi vstupním a výstupním signálem, které je závislé na frekvenci signálu: **s rostoucí frekvencí se posuv snižuje**, asymptoticky dosahuje pro vysoké frekvence 0° . U frekvence, při které dochází k poklesu napětí -3 dB ($AU = 0,707$), je fázový posuv roven 45° . Komplexní přenos se dá vyjádřit jako amplitudová-fázová frekvenční charakteristika v komplexní rovině, nebo se rozdělí na dvě samostatné charakteristiky, útlumovou a fázovou.

- **Logaritmická amplitudová frekvenční charakteristika derivačního článku**

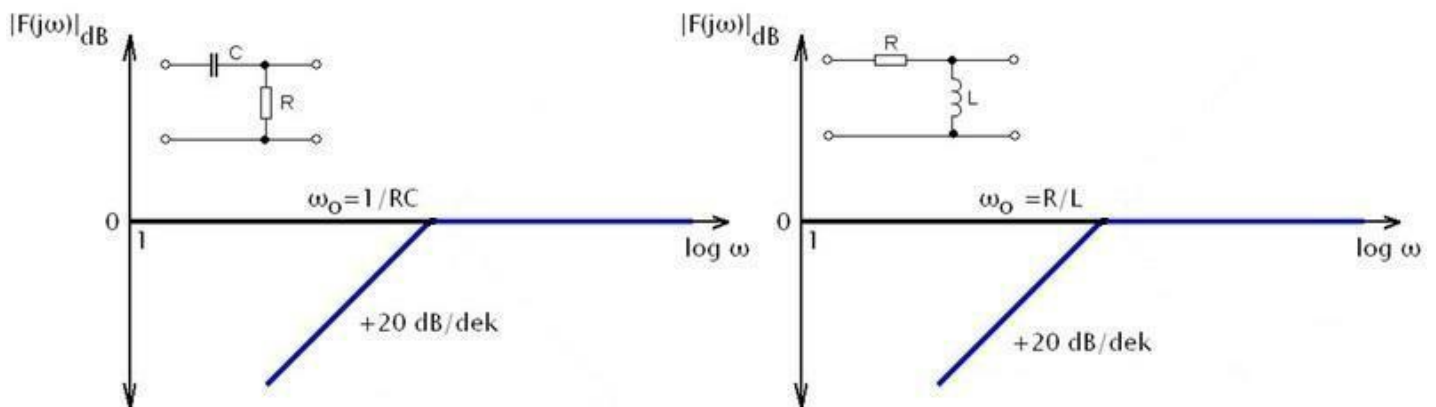
Logaritmická amplitudová frekvenční charakteristika (LAFCH) derivačního článku s rezistorem a kondenzátorem

se dá vyjádřit vztahem: $|F(j\omega)|_{dB} = 20\log |F(j\omega)| = 20\log \omega RC - 20\log \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}$

První člen LAFCH tvoří přímkou stoupající se strmostí 20dB/dek, která protíná osu x v bodě $\omega = 1/RC$ (na obr. 0 černě). Je-li $\omega RC \gg 1$, můžeme jedničku v odmocnině zanedbat, a dostáváme tak přímkou s počátkem ve zlomovém kmitočtu ω_0 , která klesá se strmostí -20dB/dek.

Logaritmická amplitudová frekvenční charakteristika (LAFCH) derivačního článku s rezistorem a cívkou se dá

vyjádřit vztahem: $|F(j\omega)|_{dB} = 20\log |F(j\omega)| = 20\log \omega \frac{L}{R} - 20\log \sqrt{1 + \omega^2 \frac{L^2}{R^2}}$



Obr. 4: LAFCH derivačního článku

- **Komplexní přenos integračního článku**

Komplexní přenos integračního článku se vypočítá podle vztahu:

$$F(j\omega) = \frac{\overline{U_2}}{\overline{U_1}} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

kde $\tau = RC$ pro rezistor, pro cívkou $\tau = L/R$.

Na integrátoru dochází k fázovému posunutí mezi vstupním a výstupním signálem, které je opět závislé na frekvenci signálu: s rostoucí frekvencí se posuv zvyšuje, asymptoticky dosahuje pro **vysoké frekvence -90°** . U frekvence, při které dochází k poklesu napětí -3 dB ($AU = 0,707$), je fázový posuv roven -45° . Komplexní přenos je fázor. Dá se vyjádřit jako **amplitudová-fázová frekvenční charakteristika v komplexní rovině**, nebo se rozdělí na dvě samostatné charakteristiky, útlumovou a fázovou.

- **Logaritmická amplitudová frekvenční charakteristika integračního článku**

Logaritmická amplitudová frekvenční charakteristika (LAFCH) integračního článku s rezistorem a kondenzátorem se dá vyjádřit vztahem:

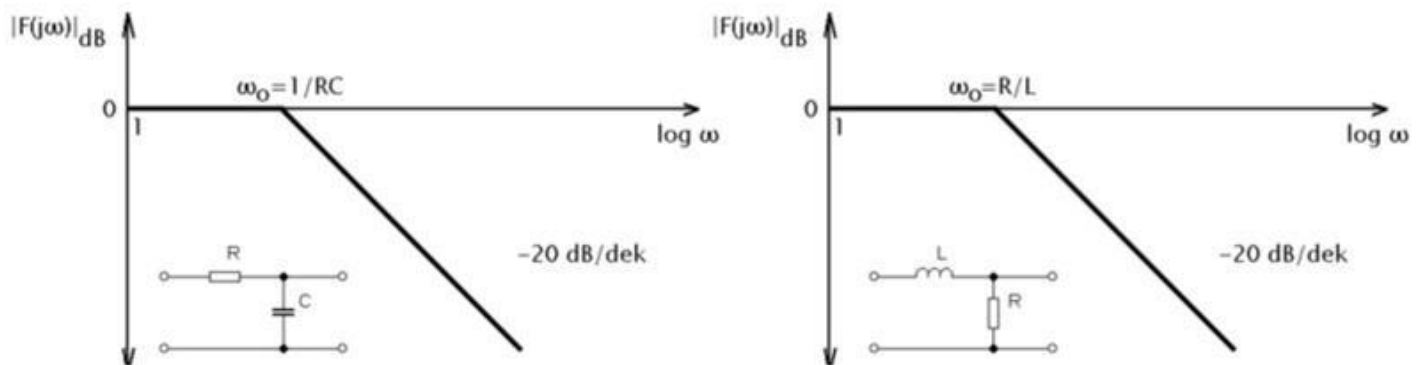
$$|F(j\omega)|_{dB} = 20\log|F(j\omega)| = 20\log 1 - 20\log\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

První člen LAFCH je roven nule. Je-li $\omega CR \gg 1$, můžeme jedničku v odmocnině zanedbat, a dostáváme tak přímkou s počátkem ve zlomové úhlové frekvenci ω_0 která klesá se strmostí -20 dB/dek.

Logaritmická amplitudová frekvenční charakteristika (LAFCH) integračního článku s rezistorem a cívkou je:

$$|F(j\omega)|_{dB} = 20\log|F(j\omega)| = 20\log 1 - 20\log\sqrt{1 + \omega^2 \frac{L^2}{R^2}}$$

První člen LAFCH je roven nule. Je-li $\omega L/R \gg 1$, můžeme jedničku v odmocnině zanedbat a dostáváme tak přímkou s počátkem ve zlomové úhlové frekvenci ω_0 která klesá se strmostí -20 dB/dek.



Obr. 5: LAFCH integračního článku

• Fázová frekvenční charakteristika

Fázová frekvenční charakteristika se dá vyjádřit vztahem:

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\text{Im}\{F(j\omega)\}}{\text{Re}\{F(j\omega)\}} = -\arctg(\omega\tau)$$

Pro RC článek $\varphi(\omega) = -\arctg(\omega RC)$,

pro RL článek:

$$\varphi(\omega) = -\arctg\left(\omega \frac{L}{R}\right)$$

Každému zlomu logaritmické amplitudové frekvenční charakteristiky o -20 dB/dek (resp. +20 dB/dek) odpovídá posun fáze o -90° (resp. +90°).

- BRINDL, Pavel. VY_32_inovace_03_ELE_3_Elektronické obvody_01_Přechodové jevy v lineárních obvodech. Přerov, 2013.
- AUTOR NEZNÁMÝ. Kapacita, indukčnost; kapacitor-kondenzátor, induktor-cívka [online]. [cit. 24.5.2015]. Dostupný na WWW: http://www.isibrno.cz/~joe/elektronika/elektronika_3.pdf

Obrázky

- Obr. 1: BRINDL, Pavel. Derivační článek. VY_32_inovace_03_ELE_3_Elektronické obvody_01_Přechodové jevy v lineárních obvodech. Přerov, 2013.

- Obr. 2: BRINDL, Pavel. Integrační článek. VY_32_inovace_03_ELE_3_ Elektronické obvody_01_ Přechodové jevy v lineárních obvodech. Přerov, 2013.
- Obr. 3: BRINDL, Pavel. Přechodové charakteristiky integračního a derivačního článku. VY_32_inovace_03_ELE_3_ Elektronické obvody_01_ Přechodové jevy v lineárních obvodech. Přerov, 2013.
- Obr. 4: BRINDL, Pavel. LAFCH derivačního článku. VY_32_inovace_03_ELE_3_ Elektronické obvody_01_ Přechodové jevy v lineárních obvodech. Přerov, 2013.
- Obr. 5: BRINDL, Pavel. LAFCH integračního článku. VY_32_inovace_03_ELE_3_ Elektronické obvody_01_ Přechodové jevy v lineárních obvodech. Přerov, 2013.