



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



## VSTUPNÍ ČÁST

Název modulu

Kombinatorika a pravděpodobnost

Kód modulu

MA-m-4/AJ33

Typ vzdělávání

Všeobecné vzdělávání

Typ modulu

všeobecně vzdělávací

Využitelnost vzdělávacího modulu

Kategorie dosaženého vzdělání

M (EQF úroveň 4)

L0 (EQF úroveň 4)

Vzdělávací oblasti

MA - Matematika a její aplikace

Komplexní úloha

Obory vzdělání - poznámky

Délka modulu (počet hodin)

24

Poznámka k délce modulu

Platnost modulu od

30. 04. 2020

Platnost modulu do

Vstupní předpoklady

Vstupním požadavkem je znalost výpočtů v oboru reálných čísel, úprav výrazů, řešení rovnic a nerovnic; znalost práce s kalkulačkou, případně s počítačem.

## JÁDRO MODULU

Charakteristika modulu

Vzdělávací modul Kombinatorika a pravděpodobnost je určen žákům kategorie vzdělávání M/L0 (úplné střední odborné vzdělání s maturitou) napříč všemi obory vzdělávání. Žáci se na teoretických i na konkrétních příkladech z běžného života i oboru vzdělání naučí řešit kombinatorické úlohy a úlohy z pravděpodobnosti. Při řešení mohou využívat vhodným způsobem digitální technologie a matematický software.

Obsahová charakteristika

Žák se v rámci modulu naučí chápat kombinatorické vztahy konečných množin, používat kombinační čísla, počítat

pravděpodobnosti v přímé návaznosti na úlohy z praxe, běžného života.

### Návaznost modulu

Modul navazuje na moduly Operace s čísly, Číselné a algebraické výrazy, Rovnice a nerovnice. Ve výuce tohoto modulu lze využít kompetencí, které žáci získají v modulu Žákovské projekty. Kompetence získané v modulu žák využije i v modulech z jiných vzdělávacích oblastí, při řešení mnoha úloh z praxe.

Očekávané výsledky učení

Žák

- řeší jednoduché kombinatorické úlohy úvahou (používá základní kombinatorická pravidla)
- užívá vztahy pro počet variací, permutací a kombinací bez opakování
- vypočítá s pomocí vzorce variace s opakováním
- počítá s faktoriály a kombinačními čísly
- užívá poznatky z kombinatoriky při řešení úloh v reálných situacích
- užívá pojmy náhodný pokus, výsledek náhodného pokusu, náhodný jev a jeho pravděpodobnost, opačný jev, nemožný jev, jev jistý, množina výsledků náhodného pokusu
- používá pojem nezávislost jevů
- určí pravděpodobnost náhodného jevu
- využívá klasickou a statistickou definici pravděpodobnosti
- využívá kombinatorické postupy při výpočtu pravděpodobnosti
- používá pravidla pro operace s pravděpodobností
- řeší úlohy z praxe, zejména ve vztahu k danému oboru vzdělání
- při řešení úloh účelně využívá digitální technologie, matematický software a zdroje informací

Obsah vzdělávání (rozpis učiva)

- kombinatorická pravidla
- variace, permutace a kombinace bez opakování
- variace s opakováním
- faktoriál
- výpočty s faktoriály a kombinačními čísly, Pascalův trojúhelník
- náhodný pokus, náhodný jev
- množina výsledků náhodného pokusu
- výpočet pravděpodobnosti náhodného jevu
- aplikační úlohy řešené s využitím digitálních technologií a matematického softwaru

Učební činnosti žáků a strategie výuky

Pro dosažení výsledků učení jsou doporučeny následující činnosti:

- výklad učitele s ilustračními příklady
- dialog učitele se žáky
- řízená diskuze ve skupině – skupiny pracují s pracovními listy
- individuální práce – sešit, informační a komunikační technologie
- písemné práce, testy

Zařazení do učebního plánu, ročník

## **VÝSTUPNÍ ČÁST**

Způsob ověřování dosažených výsledků

Výsledky učení se ověřují jak průběžně, tak i v závěru modulu. Při hodnocení je kladen důraz na hloubku porozumění učivu a schopnosti aplikovat poznatky v praxi. Učitel kombinuje různé způsoby ověřování dosažených výsledků učení.

Hodnocení by mělo motivovat žáky k dalšímu zlepšování.

Možné způsoby ověřování dosažených výsledků učení:

Výsledky učení se ověřují jak průběžně, tak i v závěru modulu. Při hodnocení je kladen důraz na hloubku porozumění učivu a schopnosti aplikovat poznatky v praxi.

Učitel kombinuje různé metody ověřování:

- dialog učitele se žákem
- řízená diskuse mezi žáky ve skupině, třídě
- práce s pracovními listy
- práce s počítačem, výpočetní technikou
- písemné práce a testy, případně jiné vhodné formy ověřování

#### Kritéria hodnocení

V rámci hodnocení je nutné posoudit, zda výsledek je správný jak z matematického, tak i věcného hlediska. Uvedené hodnocení body lze využít postupně dle činností žáků k formativnímu hodnocení, součtu bodů k hodnocení sumativnímu. Uvedené rozpětí v bodovém ohodnocení umožňuje zohlednit v hodnocení i míru podpory, kterou žák při řešení úlohy potřeboval.

#### Žák

- řeší jednoduché kombinatorické úlohy úvahou (používá základní kombinatorická pravidla) – max. 10 bodů
- užívá vztahy pro počet variací, permutací a kombinací bez opakování a variací s opakováním – max. 10 bodů
- počítá s faktoriály a kombinačními čísly – max. 10 bodů
- užívá poznatky z kombinatoriky při řešení úloh v reálných situacích – max. 20 bodů
- užívá pojmy náhodný pokus, výsledek náhodného pokusu, náhodný jev a jeho pravděpodobnost, opačný jev, nemožný jev, jev jistý, množina výsledků náhodného pokusu – max. 10 bodů
- určí pravděpodobnost náhodného jevu – max. 20 bodů
- řeší úlohy z praxe, zejména ve vztahu k danému oboru vzdělání, k řešení využívá prostředky digitálních technologií, matematický software a zdroje informací – max. 20 bodů

Na základě počtu bodů je žák klasifikován příslušnou známkou. Učitel přitom přihlíží na žákovy schopnosti, které jsou dány např. specifickými poruchami učení nebo zdravotními a psychickými omezeními.

#### Hodnocení:

100–90 bodů ... výborný

89–75 bodů ... chvalitebný

74–50 bodů ... dobrý

49–33 bodů ... dostatečný

32–0 bodů ... nedostatečný

#### Doporučená literatura

J. Robová, M. Hála, E. Calda: Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika, matematika pro střední školy. Prometheus, Praha. ISBN 978-80-7196-425-4.

F. Jirásek a kol.: Sběrka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU, 2. část. Prometheus, Praha. ISBN 80-7196-322-4.

M. Hudcová, L. Kubičková: Sběrka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium. Prometheus, Praha. ISBN: 978-80-7196-318-9.

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk: Aplikované úlohy z matematiky formou žákovských miniprojektů, NÚV

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk, Z. Bobková: Sběrka řešených úloh z aplikované matematiky pro střední školy pro technické obory se strojírenským základem, NÚV

#### Poznámky

Tento modul je povinným modulem pro všechny studijní obory M/L0, které mají v průběhu vzdělávání alespoň deset týdenních hodin matematiky.

#### Obsahové upřesnění

VV - Všeobecné vzdělávání

realizaci zajišťoval Národní pedagogický institut České republiky. Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Miroslav Tichý. [Creative Commons CC BY SA 4.0](#) – Uveďte původ – Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní.