



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

# VSTUPNÍ ČÁST

## Název modulu

Základy diferenciálního a integrálního počtu

## Kód modulu

MA-m-4/AI70

## Typ vzdělávání

Všeobecné vzdělávání

## Typ modulu

všeobecně vzdělávací

## Využitelnost vzdělávacího modulu

### Kategorie dosaženého vzdělání

M (EQF úroveň 4)

### Vzdělávací oblasti

MA - Matematika a její aplikace

### Komplexní úloha

### Obory vzdělání - poznámky

### Délka modulu (počet hodin)

40

### Poznámka k délce modulu

### Platnost modulu od

30. 04. 2020

### Platnost modulu do

### Vstupní předpoklady

Vstupním požadavkem je znalost výpočtů v oboru reálných čísel, úprav výrazů, řešení rovnic a nerovnic, znalosti získané v modulu Funkce; znalost práce s digitálními technologiemi a matematickým softwarem.

# JÁDRO MODULU

## Charakteristika modulu

Vzdělávací modul Základy diferenciálního a integrálního počtu je určen žákům kategorie vzdělávání M/L0 s více než 10 týdenními hodinami matematiky v průběhu vzdělávání, především žákům technických oborů. Žáci se na teoretických i na konkrétních příkladech z běžného života i oboru vzdělání naučí řešit úlohy diferenciálního a integrálního počtu, využívat

k řešení vhodným způsobem digitální technologie a matematický software.

### Obsahová charakteristika

Žák se v rámci modulu naučí počítat limity, derivace a integrály, aplikovat tyto výpočty v úlohách, používat k výpočtům a vizualizaci úloh výpočetní techniku s vhodným programovým vybavením.

### Návaznost modulu

Modul přímo navazuje na moduly Číselné a algebraické výrazy, Funkce, Rovnice a nerovnice, Goniometrie a trigonometrie. V aplikačních úlohách využívá znalosti i z dalších modulů. Ve výuce tohoto modulu lze využít kompetencí, které žáci získají v modulu Žákovské projekty. Kompetence získané v modulu žák využije i v modulech z jiných vzdělávacích oblastí – tam, kde bude používat pojem funkce, studovat jejich průběh a vlastnosti, počítat plochy a objemy obrazců a těles.

## Očekávané výsledky učení

Žák

- vysvětlí definici spojitosti funkce v bodě a používá věty o spojitosti funkce
- objasní pojem okolí bodu a při řešení úloh využívá spojitosti elementárních funkcí v jejich definičním oboru
- určí limity jednoduchých funkcí
- definuje derivaci funkce v bodě
- využívá geometrický a fyzikální význam derivace
- derivuje běžné funkce pomocí vzorců a pravidel
- vyšetřuje průběh funkce (monotónnost, extrémy, konvexnost, konkávnost, inflexní bod, asymptota ke grafu funkce) pomocí derivace
- řeší úlohy z oboru vzdělání využitím vlastností lokálních extrémů funkcí
- používá základní vzorce a pravidla pro výpočet primitivních funkcí
- používá k výpočtu integrálů substituční metodu a metodu per partes
- ovládá výpočet jednoduchých určitých integrálů
- užitím určitého integrálu umí vypočítat obsah rovinného obrazce a objem rotačního tělesa
- při řešení úloh účelně využívá digitální technologie, matematický software a zdroje informací

## Obsah vzdělávání (rozpis učiva)

- elementární funkce, vlastnosti, grafy
- limita a spojitost funkce
- derivace funkce
- fyzikální a geometrický význam derivace
- průběh funkce
- užití diferenciálního počtu
- primitivní funkce, neurčitý integrál
- integrační metody
- určitý integrál
- fyzikální a geometrický význam určitého integrálu
- užití integrálního počtu při řešení úloh z oboru vzdělání
- výpočty a vizualizace řešení úloh výpočetní technikou s vhodným softwarem
- používání informačních zdrojů při řešení náročnějších úloh

## Učební činnosti žáků a strategie výuky

Pro dosažení výsledků učení jsou doporučeny následující činnosti:

- výklad učitele s ilustračními příklady
- dialog učitele se žáky
- řízená diskuze ve skupině – skupiny pracují s pracovními listy
- individuální práce – sešit, informační a komunikační technologie
- písemné práce, testy

## Zařazení do učebního plánu, ročník

# VYSTUPNI CAST

## Způsob ověřování dosažených výsledků

Výsledky učení se ověřují jak průběžně, tak i v závěru modulu. Při hodnocení je kladen důraz na hloubku porozumění učivu a schopnosti aplikovat poznatky v praxi. Učitel kombinuje různé způsoby ověřování dosažených výsledků učení.

Hodnocení by mělo motivovat žáky k dalšímu zlepšování.

Možné způsoby ověřování dosažených výsledků učení:

- výklad učitele s ilustračními příklady
- dialog učitele se žákem
- řízená diskuse mezi žáky ve skupině
- práce s pracovními listy
- písemné práce
- testy na prostředcích digitálních technologií

## Kritéria hodnocení

V rámci hodnocení je nutné posoudit, zda výsledek je správný jak z matematického, tak i věcného hlediska. Uvedené hodnocení body lze využít postupně dle činností žáků k formativnímu hodnocení, součtu bodů k hodnocení sumativnímu. Uvedené rozpětí v bodovém ohodnocení umožňuje zohlednit v hodnocení i míru podpory, kterou žák při řešení úlohy potřeboval.

Žák

- užívá vlastností elementárních funkcí a určí limitu funkce – max. 10 bodů
- derivuje funkce a využívá geometrický a fyzikální význam derivace – max. 15 bodů
- vyšetřuje průběh funkce a využívá lokální extrémy funkce k řešení úloh z oboru vzdělání – max. 20 bodů
- používá základní vzorce a pravidla pro výpočet primitivních funkcí – max. 15 bodů
- používá k výpočtu integrálů substituční metodu a metodu per partes – max. 20 bodů
- vypočítá jednoduché určité integrály a vypočítá obsah rovinného obrazce a objem rotačního tělesa – max. 20 bodů

Na základě počtu bodů je žák klasifikován příslušnou známkou. Učitel přitom přihlíží na žákovy schopnosti, které jsou dány např. specifickými poruchami učení nebo zdravotními a psychickými omezeními.

**Hodnocení:**

100–90 bodů ... výborný

89–75 bodů ... chvalitebný

74–50 bodů ... dobrý

49–33 bodů ... dostatečný

32–0 bodů ... nedostatečný

## Doporučená literatura

D. Hrubý, J. Kubát: Diferenciální a integrální počet, Matematika pro gymnázia. Prometheus Praha. ISBN 978-80-7196-363-9.

F. Jirásek a kol.: Sběrka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU, Prometheus Praha, ISBN 80-7196-322-4.

M. Hudcová, L. Kubičková: Sběrka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium. Prometheus Praha. ISBN: 978-80-7196-318-9.

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk: Aplikované úlohy z matematiky formou žákovských miniprojektů. NÚV.

## Poznámky

Tento modul je připraven pro všechny obory skupiny M, které mají více než 10 hodin matematiky v průběhu studia. Počet hodin je pouze orientační. Školy si ho upraví podle svých potřeb.

# Obsahové upřesnění

## VV - Všeobecné vzdělávání

*Materiál vznikl v rámci projektu Modernizace odborného vzdělávání (MOV), který byl spolufinancován z Evropských strukturálních a investičních fondů a jehož realizaci zajišťoval Národní pedagogický institut České republiky. Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Miroslav Tichý. [Creative Commons CC BY SA 4.0](#) – Uvedte původ – Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní.*