



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

## VSTUPNÍ ČÁST

Název modulu

Komplexní čísla

Kód modulu

MA-m-4/AI59

Typ vzdělávání

Všeobecné vzdělávání

Typ modulu

všeobecně vzdělávací

### Využitelnost vzdělávacího modulu

Kategorie dosaženého vzdělání

M (EQF úroveň 4)

Vzdělávací oblasti

MA - Matematika a její aplikace

Komplexní úloha

Obory vzdělání - poznámky

Délka modulu (počet hodin)

20

Poznámka k délce modulu

Platnost modulu od

30. 04. 2020

Platnost modulu do

Vstupní předpoklady

Vstupním požadavkem jsou kompetence získané v ZV a rozvinuté na SŠ: počítání s reálnými čísly, používání algebraických výrazů, znalost goniometrických funkcí, řešení rovnic a nerovnic, znalost pojmu vektor a operací s vektory.

## JÁDRO MODULU

Charakteristika modulu

Vzdělávací modul Komplexní čísla je určen žákům kategorie vzdělávání M/L0 s více než 10 týdenními hodinami matematiky v průběhu vzdělávání, především žákům technických oborů. Modul zavádí do výuky obor komplexních čísel, který rozšiřuje žákům již známé číselné obory (přirozená, celá, racionální a reálná čísla). Žáci se naučí používat čísla v oboru komplexních čísel; komplexní čísla se používají v elektrotechnice k popisu dějů a řešení úloh v elektrických obvodech.

**Obsahový okruh:**

Pojmy a vztahy, které žák používá k řešení úloh:

Pojem/definice imaginární jednotky a komplexního čísla. Zobrazení komplexního čísla do Gaussovy roviny (přiřazený bod a přiřazený vektor). Absolutní hodnota komplexního čísla a její geometrický význam. Opačné, převrácené a komplexně sdružené číslo. Využívá tři tvary/způsoby/formy vyjádření komplexního čísla (algebraický, goniometrický a exponenciální) a jejich převody. Operace s komplexními čísly – sčítání, násobení, odčítání, dělení, umocnění a odmocnění. Moivreova věta a výpočet  $n$ -té odmocniny z komplexního čísla. Řešení rovnic v oboru komplexních čísel (lineární, kvadratické a binomické). Využití v elektrotechnice k popisu dějů a řešení úloh v elektrických obvodech a v technice k popisu kmitání a vlnění.

Při řešení úloh žák využívá digitální technologie a informační zdroje.

### Návaznosti modulu:

Tento modul navazuje na moduly Operace s čísly, Číselné a algebraické výrazy, Funkce, Rovnice a nerovnice, Goniometrie a trigonometrie, Analytická geometrie lineárních útvarů v rovině (přiřazení vektorů). Výstupy mají uplatnění a využití v odborných předmětech.

Očekávané výsledky učení

Žák

- používá známé zápisy komplexního čísla (algebraický, goniometrický, exponenciální) a umí je vzájemně převádět
- využívá k zobrazení komplexních čísel body a vektory v Gaussově rovině
- rozliší číslo reálné, ryze imaginární, komplexní podle jejich zápisu a jejich zobrazení v Gaussově rovině
- určí k danému číslu číslo opačné, komplexně sdružené, převrácené
- určí absolutní hodnotu komplexního čísla a využije jejího geometrického významu
- provádí operace s komplexními čísly (sčítání, násobení, odčítání, dělení, umocnění a odmocnění)
- využívá Moivreovu větu k dělení, násobení, umocnění a odmocnění komplexního čísla
- řeší rovnice (lineární, kvadratické a binomické) v oboru komplexních čísel
- řeší úlohy z oboru vzdělávání s využitím komplexních čísel
- využívá digitální technologie a informační zdroje

Obsah vzdělávání (rozpis učiva)

- Pojem/definice imaginární jednotky a komplexního čísla.
- Zobrazení komplexního čísla do Gaussovy roviny (přiřazený bod a přiřazený vektor).
- Absolutní hodnota komplexního čísla a její geometrický význam.
- Opačné, převrácené a komplexně sdružené číslo.
- Tři tvary/způsoby/formy vyjádření komplexního čísla (algebraický, goniometrický a exponenciální) a jejich převody.
- Operace s komplexními čísly – sčítání, násobení, odčítání, dělení, umocnění a odmocnění.
- Moivreova věta a výpočet  $n$ -té odmocniny z komplexního čísla.
- Řešení rovnic v oboru komplexních čísel (lineární, kvadratické a binomické). Využití v elektrotechnice k popisu dějů a řešení úloh v elektrických obvodech.
- Výpočty s využitím digitálních technologií a informačních zdrojů.
- Vizualizace operací s komplexními čísly a řešení úloh pomocí digitálních technologií.

Učební činnosti žáků a strategie výuky

Pro dosažení výsledků učení jsou doporučeny následující činnosti:

- výklad učitele s ilustračními příklady
- dialog učitele se žáky
- řízená diskuze ve skupině – skupiny pracují s pracovními listy
- individuální práce – sešit, informační a komunikační technologie
- písemné práce, testy

Zařazení do učebního plánu, ročník

## VÝSTUPNÍ ČÁST

Způsob ověřování dosažených výsledků

Výsledky učení se ověřují jak průběžně, tak i v závěru modulu. Při hodnocení je kladen důraz na hloubku porozumění učivu a schopnosti aplikovat poznatky v praxi. Učitel kombinuje různé způsoby ověřování dosažených výsledků učení.

Hodnocení musí motivovat žáky k dalšímu zlepšování.

Možné způsoby ověřování dosažených výsledků učení:

- dialog učitele se žákem
- řízená diskuse mezi žáky ve skupině
- práce s pracovními listy
- písemné práce
- testy na PC

Kritéria hodnocení

V rámci hodnocení je nutné posoudit, zda výsledek je správný jak z matematického, tak i věcného hlediska. Uvedené hodnocení body lze využít postupně dle činností žáků k formativnímu hodnocení, součtu bodů k hodnocení sumativnímu. Uvedené rozpětí v bodovém ohodnocení umožňuje zohlednit v hodnocení i míru podpory, kterou žák při řešení úlohy potřeboval.

Žák

- zobrazí komplexní čísla v Gaussově rovině – max. 10 bodů
- určí absolutní hodnotu komplexního čísla – max. 10 bodů
- používá algebraický, goniometrický, exponenciální tvar a jejich převody – max. 15 bodů
- provádí operace (sčítání, násobení, odčítání, dělení) s komplexními čísly v uvedených tvarech – max. 15 bodů
- umocní a odmocní komplexní číslo – max. 15 bodů
- řeší rovnice (lineární, kvadratické a binomické) v oboru komplexních čísel – max. 15 bodů
- řeší úlohy z oboru vzdělání, při řešení využívá digitální technologie a zdroje informací – max. 20 bodů

Na základě počtu bodů je žák klasifikován příslušnou známkou. Učitel přitom přihlíží na žákovy schopnosti, které jsou dány např. specifickými poruchami učení nebo zdravotními a psychickými omezeními.

**Hodnocení:**

100–86 ⇒ výborný

85–75 ⇒ chvalitebný

74–50 ⇒ dobrý

49–33 ⇒ dostatečný

32–0 ⇒ nedostatečný

Doporučená literatura

J. Robová, M. Hála, E. Calda: Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika, matematika pro střední školy. Prometheus Praha. ISBN 978-80-7196-425-4.

F. Jirásek a kol.: Sběrka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU. Prometheus Praha. ISBN 80-7196-322-4.

M. Hudcová, L. Kubičková: Sběrka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium. Prometheus Praha. ISBN: 978-80-7196-318-9.

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk: Aplikované úlohy z matematiky formou žákovských miniprojektů. NÚV.

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk, Z. Bobková: Sběrka řešených úloh z aplikované matematiky pro střední školy pro technické obory se strojírenským základem. NÚV.

Poznámky

Tento modul je připraven především pro elektrotechnické obory s dotací větší než 10 týdenních hodin. Ostatní technické školy si ho mohou pro své potřeby upravit a použít jiný počet hodin.

Obsahové upřesnění

VV - Všeobecné vzdělávání

*Materiál vznikl v rámci projektu Modernizace odborného vzdělávání (MOV), který byl spolufinancován z Evropských strukturálních a investičních fondů a jehož realizaci zajišťoval Národní pedagogický institut České republiky. Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Josef Bobek. [Creative Commons CC BY SA 4.0](#) – Uveďte původ – Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní.*

