## VSTUPNÍ ČÁST

#### Název modulu

Komplexní čísla

#### Kód modulu

MA-m-4/AI59

#### Typ vzdělávání

Všeobecné vzdělávání

#### Typ modulu

všeobecně vzdělávací

### Využitelnost vzdělávacího modulu

#### Kategorie dosaženého vzdělání

M (EQF úroveň 4)

#### Vzdělávací oblasti

MA - Matematika a její aplikace

#### Komplexní úloha

#### Obory vzdělání - poznámky

#### Délka modulu (počet hodin)

20

#### Poznámka k délce modulu

#### Platnost modulu od

30. 04. 2020

#### Platnost modulu do

#### Vstupní předpoklady

Vstupním požadavkem jsou kompetence získané v ZV a rozvinuté na SŠ: počítání s reálnými čísly, používání algebraických výrazů, znalost goniometrických funkcí, řešení rovnic a nerovnic, znalost pojmu vektor a operací s vektory.

## JÁDRO MODULU

#### Charakteristika modulu

Vzdělávací modul Komplexní čísla je určen žákům kategorie vzdělávání M/L0 s více než 10 týdenními hodinami matematiky v průběhu vzdělávání, především žákům technických oborů. Modul zavádí do výuky obor komplexních čísel, který rozšiřuje žákům již známé číselné obory (přirozená, celá, racionální a reálná čísla). Žáci se naučí používat čísla v oboru komplexních čísel; komplexní čísla se používají v elektrotechnice k popisu dějů a řešení úloh v elektrických obvodech.

**Obsahový okruh**:

Pojmy a vztahy, které žák používá k řešení úloh:

Pojem/definice  imaginární jednotky a komplexního čísla. Zobrazení komplexního čísla do Gaussovy roviny (přiřazený bod a přiřazený vektor). Absolutní hodnota komplexního čísla a její geometrický význam. Opačné, převrácené a komplexně sdružené číslo. Využívá tři tvary/způsoby/formy vyjádření komplexního čísla (algebraický, goniometrický a exponenciální) a jejich převody. Operace s komplexními čísly – sčítání, násobení, odčítání, dělení, umocnění a odmocnění. Moivreova věta a výpočet  n-té odmocniny z komplexního čísla. Řešení rovnic v oboru komplexních čísel (lineární, kvadratické a binomické). Využití v elektrotechnice k popisu dějů a řešení úloh v elektrických obvodech a v technice k popisu kmitání a vlnění.

Při řešení úloh žák využívá digitální technologie a informační zdroje.

**Návaznosti modulu**:

Tento modul navazuje na moduly Operace s čísly, Číselné a algebraické výrazy, Funkce, Rovnice a nerovnice, Goniometrie a trigonometrie, Analytická geometrie lineárních útvarů v rovině (přiřazení vektorů). Výstupy mají uplatnění a využití v odborných předmětech.

#### Očekávané výsledky učení

Žák

* používá známé zápisy komplexního čísla (algebraický, goniometrický, exponenciální) a umí je vzájemně převádět
* využívá k zobrazení komplexních čísel body a vektory v Gaussově rovině
* rozliší číslo reálné, ryze imaginární, komplexní podle jejich zápisu a jejich zobrazení v Gaussově rovině
* určí k danému číslu číslo opačné, komplexně sdružené, převrácené
* určí absolutní hodnotu komplexního čísla a využije jejího geometrického významu
* provádí operace s komplexními čísly (sčítání, násobení, odčítání, dělení, umocnění a odmocnění)
* využívá Moivreovu větu k dělení, násobení, umocnění a odmocnění komplexního čísla
* řeší rovnice (lineární, kvadratické a binomické) v oboru komplexních čísel
* řeší úlohy z oboru vzdělání s využitím komplexních čísel
* využívá digitální technologie a informační zdroje

#### Obsah vzdělávání (rozpis učiva)

* Pojem/definice imaginární jednotky a komplexního čísla.
* Zobrazení komplexního čísla do Gaussovy roviny (přiřazený bod a přiřazený vektor).
* Absolutní hodnota komplexního čísla a její geometrický význam.
* Opačné, převrácené a komplexně sdružené číslo.
* Tři tvary/způsoby/formy vyjádření komplexního čísla (algebraický, goniometrický a exponenciální) a jejich převody.
* Operace s komplexními čísly – sčítání, násobení, odčítání, dělení, umocnění a odmocnění.
* Moivreova věta a výpočet n-té odmocniny z komplexního čísla.
* Řešení rovnic v oboru komplexních čísel (lineární, kvadratické a binomické). Využití v elektrotechnice k popisu dějů a řešení úloh v elektrických obvodech.
* Výpočty s využitím digitálních technologií a informačních zdrojů.
* Vizualizace operací s komplexními čísly a řešení úloh pomocí digitálních technologií.

#### Učební činnosti žáků a strategie výuky

Pro dosažení výsledků učení jsou doporučeny následující činnosti:

* výklad učitele s ilustračními příklady
* dialog učitele se žáky
* řízená diskuze ve skupině – skupiny pracují s pracovními listy
* individuální práce – sešit, informační a komunikační technologie
* písemné práce, testy

#### Zařazení do učebního plánu, ročník

## VÝSTUPNÍ ČÁST

#### Způsob ověřování dosažených výsledků

Výsledky učení se ověřují jak průběžně, tak i v závěru modulu. Při hodnocení je kladen důraz na hloubku porozumění učivu a schopnosti aplikovat poznatky v praxi. Učitel kombinuje různé způsoby ověřování dosažených výsledků učení.

Hodnocení musí motivovat žáky k dalšímu zlepšování.

Možné způsoby ověřování dosažených výsledků učení:

* dialog učitele se žákem
* řízená diskuse mezi žáky ve skupině
* práce s pracovními listy
* písemné práce
* testy na PC

#### Kritéria hodnocení

V rámci hodnocení je nutné posoudit, zda výsledek je správný jak z matematického, tak i věcného hlediska. Uvedené hodnocení body lze využít postupně dle činností žáků k formativnímu hodnocení, součtu bodů k hodnocení sumativnímu. Uvedené rozpětí v bodovém ohodnocení umožňuje zohlednit v hodnocení i míru podpory, kterou žák při řešení úlohy potřeboval.

Žák

* zobrazí komplexní čísla v Gaussově rovině – max. 10 bodů
* určí absolutní hodnotu komplexního čísla – max. 10 bodů
* používá algebraický, goniometrický, exponenciální tvar a jejich převody – max. 15 bodů
* provádí operace (sčítání, násobení, odčítání, dělení) s komplexními čísly v uvedených tvarech – max. 15 bodů
* umocní a odmocní komplexní číslo – max. 15 bodů
* řeší rovnice (lineární, kvadratické a binomické) v oboru komplexních čísel – max. 15 bodů
* řeší úlohy z oboru vzdělání, při řešení využívá digitální technologie a zdroje informací – max. 20 bodů

Na základě počtu bodů je žák klasifikován příslušnou známkou. Učitel přitom přihlíží na žákovy schopnosti, které jsou dány např. specifickými poruchami učení nebo zdravotními a psychickými omezeními.

**Hodnocení**:

100–86 ⇒ výborný

85–75 ⇒ chvalitebný

74–50 ⇒ dobrý

49–33 ⇒ dostatečný

32–0 ⇒ nedostatečný

#### Doporučená literatura

J. Robová, M. Hála, E. Calda: Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika, matematika pro střední školy. Prometheus Praha. ISBN 978-80-7196-425-4.

F. Jirásek a kol.: Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU. Prometheus Praha. ISBN 80-7196-322-4.

M. Hudcová, L. Kubičíková: Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium. Prometheus Praha. ISBN: 978-80-7196-318-9.

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk: Aplikované úlohy z matematiky formou žákovských miniprojektů. NÚV.

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk, Z. Bobková: Sbírka řešených úloh z aplikované matematiky pro střední školy pro technické obory se strojírenským základem. NÚV.

#### Poznámky

Tento modul je připraven především pro elektrotechnické obory s dotací větší než 10 týdenních hodin. Ostatní technické školy si ho mohou pro své potřeby upravit a použít jiný počet hodin.

#### Obsahové upřesnění

VV - Všeobecné vzdělávání

Materiál vznikl v rámci projektu Modernizace odborného vzdělávání (MOV), který byl spolufinancován z Evropských strukturálních a investičních fondů a jehož realizaci zajišťoval Národní pedagogický institut České republiky. Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Josef Bobek. [Creative Commons CC BY SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.cs) – Uveďte původ – Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní.