



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

## VSTUPNÍ ČÁST

Název modulu

Analytická geometrie lineárních útvarů v prostoru

Kód modulu

MA-m-4/AI56

Typ vzdělávání

Všeobecné vzdělávání

Typ modulu

všeobecně vzdělávací

Využitelnost vzdělávacího modulu

Kategorie dosaženého vzdělání

M (EQF úroveň 4)

Vzdělávací oblasti

MA - Matematika a její aplikace

Komplexní úloha

Obory vzdělání - poznámky

Délka modulu (počet hodin)

16

Poznámka k délce modulu

Platnost modulu od

30. 04. 2020

Platnost modulu do

Vstupní předpoklady

Vstupním požadavkem jsou způsobilosti získané v modulech Analytická geometrie lineárních útvarů v rovině, Geometrie v prostoru, Rovnice a nerovnice, Goniometrie a trigonometrie.

## JÁDRO MODULU

Charakteristika modulu

Vzdělávací modul Analytická geometrie lineárních útvarů je určen žákům oboru vzdělávání M/L0 s více než 10 hodinami matematiky v průběhu vzdělávání, především žákům technických oborů.

Modul navazuje na modul Analytická geometrie lineárních útvarů v rovině. Žák přenáší metody známé z analytické geometrie v rovině na řešení geometrických úloh v prostoru, vnímá analogie a rozdíly mezi řešeními v rovině a v prostoru. Naučí se nejen používat analytický popis roviny (normálovým vektorem, obecnou rovnicí), ale i používat metody analytické geometrie v prostoru k řešení úloh se vztahem k oboru vzdělání. K řešení úloh využívá digitální technologie a vhodný počítačový software.

Očekávané výsledky učení

## Žák

- určí souřadnice vektoru a znázorní jeho umístění v kartézské soustavě souřadnic
- provádí operace s vektory v prostoru – součet vektorů, násobení vektorů reálným číslem, lineární závislost vektorů, skalární součin vektorů (aplikuje znalosti vektorů v rovině), vektorový součin
- užívá parametrické vyjádření přímky v prostoru, zdůvodní absenci obecné rovnice přímky v prostoru
- na základě zadání sestaví parametrické vyjádření a obecnou rovnici roviny
- řeší analyticky polohové a metrické vztahy bodů, přímek a rovin v prostoru (vypočítá střed úsečky, určí, zda bod leží na přímce, určí a zdůvodní vzájemnou polohu dvou přímek, přímky a roviny, vypočítá vzdálenost bodů, rovnoběžných přímek, rovnoběžných rovin, vypočítá odchylku dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin)
- řeší metodami analytické geometrie v prostoru úlohy se vztahem k oboru vzdělání

Obsah vzdělávání (rozpis učiva)

### Matematika

- zavedení kartézské soustavy souřadnic v prostoru
- vektory v prostoru, skalární a vektorový součin
- parametrické rovnice přímky a roviny
- obecná rovnice roviny
- vzájemná poloha přímek a rovin
- odchylka přímek a rovin
- vzdálenosti v prostoru (dva body, dvě přímky, bod od přímky, bod od roviny, přímky od roviny, dvě roviny)
- řešení úloh se vztahem k oboru vzdělání metodami analytické geometrie v prostoru

Učební činnosti žáků a strategie výuky

Pro dosažení výsledků učení jsou doporučeny následující činnosti:

- výklad učitele s ilustračními příklady
- individuální práce – s pracovními listy nebo samostatné úkoly
- řízená diskuze mezi žáky
- písemné práce a testy
- práce s digitálními technologiemi a matematickým softwarem
- soutěžení, interaktivní testy, párovací hry – např. Matematika s radostí
- skupinová práce žáků s pracovními listy nebo společné úkoly

Zařazení do učebního plánu, ročník

## VÝSTUPNÍ ČÁST

Způsob ověřování dosažených výsledků

Výsledky učení se ověřují jak průběžně, tak i v závěru modulu. Při hodnocení je kladen důraz na porozumění učivu a schopnost aplikovat poznatky v praxi. Učitel kombinuje různé způsoby ověřování dosažených výsledků učení.

Hodnocení musí motivovat žáky k dalšímu zlepšení.

Možné způsoby ověřování dosažených výsledků učení:

- dialog učitele se žákem
- řízená diskuze mezi žáky
- samostatná práce na zadaných úkolech
- práce s pracovními listy
- testy na PC

Kritéria hodnocení

V rámci hodnocení je nutné posoudit, zda výsledek je správný jak z matematického, tak i věcného hlediska. Uvedené hodnocení body lze využít postupně dle činnosti žáků k formativnímu hodnocení, součtu bodů k hodnocení sumativnímu. Uvedené rozpětí v bodovém ohodnocení umožňuje zohlednit v hodnocení i míru podpory, kterou žák při řešení úlohy potřeboval.

## Žák

- znázorní vektor pomocí soustavy souřadnic v prostoru, vypočítá velikost vektoru, provádí operace s vektory

v prostoru – součet vektorů, násobení vektorů reálným číslem, lineární závislost vektorů, skalární součin vektorů, vektorový součin vektorů – max. 15 bodů

- užívá parametrickou rovnici přímky v prostoru – max. 10 bodů
- používá různá analytická vyjádření roviny a převádí je navzájem – max. 10 bodů
- určí vzájemnou polohu dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin, bodu a přímky, bodu a roviny – max. 10 bodů
- vypočítá odchylku dvou přímek, přímky a roviny a odchylku dvou rovin v prostoru – max. 15 bodů
- vypočítá vzdálenost bodů, rovnoběžných přímek, rovnoběžných rovin, odchylku dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin – max 20 bodů
- řeší metodami analytické geometrie v prostoru úlohy se vztahem k oboru vzdělání – max. 20 bodů

Na základě počtu bodů je žák klasifikován příslušnou známkou. Učitel přitom přihlíží na žákovy schopnosti, které jsou dány např. specifickými poruchami učení nebo zdravotními a psychickými onemocněními,

### Hodnocení:

100–90 bodů ... výborný

89–75 bodů ... chvalitebný

74–50 bodů ... dobrý

49–33 bodů ... dostatečný

32–0 bodů ... nedostatečný

### Doporučená literatura

J. Kolouchová, J. Řepová, V. Šobr: Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU, 5. část. Prometheus Praha. ISBN 978-80-7196-074-4.

F. Jirásek a kol.: Sběrka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU, 2. část. Prometheus Praha. ISBN 80-7196-322-4.

M. Hudcová, L. Kubičková: Sběrka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium. Prometheus Praha. ISBN: 978-80-7196-318-9.

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk: Aplikované úlohy z matematiky formou žákovských miniprojektů. NÚV.

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk, Z. Bobková: Sběrka řešených úloh z aplikované matematiky pro střední školy pro technické obory se strojírenským základem. NÚV.

### Poznámky

Tento modul je především připraven pro všechny technické obory skupiny M, které mají v průběhu studia více než 10 hodin matematiky. Školy si mohou počet hodin podle svých podmínek upravit.

### Obsahové upřesnění

#### VV - Všeobecné vzdělávání

*Materiál vznikl v rámci projektu Modernizace odborného vzdělávání (MOV), který byl spolufinancován z Evropských strukturálních a investičních fondů a jehož realizaci zajišťoval Národní pedagogický institut České republiky. Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Ivana Šubrtová. [Creative Commons CC BY SA 4.0](#) – Uveďte původ – Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní.*