## VSTUPNÍ ČÁST

#### Název modulu

Analytická geometrie lineárních útvarů v prostoru

#### Kód modulu

MA-m-4/AI56

#### Typ vzdělávání

Všeobecné vzdělávání

#### Typ modulu

všeobecně vzdělávací

### Využitelnost vzdělávacího modulu

#### Kategorie dosaženého vzdělání

M (EQF úroveň 4)

#### Vzdělávací oblasti

MA - Matematika a její aplikace

#### Komplexní úloha

#### Obory vzdělání - poznámky

#### Délka modulu (počet hodin)

16

#### Poznámka k délce modulu

#### Platnost modulu od

30. 04. 2020

#### Platnost modulu do

#### Vstupní předpoklady

Vstupním požadavkem jsou způsobilosti získané v modulech Analytická geometrie lineárních útvarů v rovině, Geometrie v prostoru, Rovnice a nerovnice, Goniometrie a trigonometrie.

## JÁDRO MODULU

#### Charakteristika modulu

Vzdělávací modul Analytická geometrie lineárních útvarů je určen žákům oboru vzdělávání M/L0 s více než 10 hodinami matematiky v průběhu vzdělávání, především žákům technických oborů.

Modul navazuje na modul Analytická geometrie lineárních útvarů v rovině. Žák přenáší metody známé z analytické geometrie v rovině na řešení geometrických úloh v prostoru, vnímá analogie a rozdíly mezi řešeními v rovině a v prostoru. Naučí se nejen používat analytický popis roviny (normálovým vektorem, obecnou rovnicí), ale i používat metody analytické geometrie v prostoru k řešení úloh se vztahem k oboru vzdělání. K řešení úloh využívá digitální technologie a vhodný počítačový software.

#### Očekávané výsledky učení

Žák

* určí souřadnice vektoru a znázorní jeho umístění v kartézské soustavě souřadnic
* provádí operace s vektory v prostoru – součet vektorů, násobení vektorů reálným číslem, lineární závislost vektorů, skalární součin vektorů (aplikuje znalosti vektorů v rovině), vektorový součin
* užívá parametrické vyjádření přímky v prostoru, zdůvodní absenci obecné rovnice přímky v prostoru
* na základě zadání sestaví parametrické vyjádření a obecnou rovnici roviny
* řeší analyticky polohové a metrické vztahy bodů, přímek a rovin v prostoru (vypočítá střed úsečky, určí, zda bod leží na přímce, určí a zdůvodní vzájemnou polohu dvou přímek, přímky a roviny, vypočítá vzdálenost bodů, rovnoběžných přímek, rovnoběžných rovin, vypočítá odchylku dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin)
* řeší metodami analytické geometrie v prostoru úlohy se vztahem k oboru vzdělání

#### Obsah vzdělávání (rozpis učiva)

**Matematika**

* zavedení kartézské soustavy souřadnic v prostoru
* vektory v prostoru, skalární a vektorový součin
* parametrické rovnice přímky a roviny
* obecná rovnice roviny
* vzájemná poloha přímek a rovin
* odchylka přímek a rovin
* vzdálenosti v prostoru (dva body, dvě přímky, bod od přímky, bod od roviny, přímky od roviny, dvě roviny)
* řešení úloh se vztahem k oboru vzdělání metodami analytické geometrie v prostoru

#### Učební činnosti žáků a strategie výuky

Pro dosažení výsledků učení jsou doporučeny následující činnosti:

* výklad učitele s ilustračními příklady
* individuální práce – s pracovními listy nebo samostatné úkoly
* řízená diskuze mezi žáky
* písemné práce a testy
* práce s digitálními technologiemi a matematickým softwarem
* soutěžení, interaktivní testy, párovací hry – např. Matematika s radostí
* skupinová práce žáků s pracovními listy nebo společné úkoly

#### Zařazení do učebního plánu, ročník

## VÝSTUPNÍ ČÁST

#### Způsob ověřování dosažených výsledků

Výsledky učení se ověřují jak průběžně, tak i v závěru modulu. Při hodnocení je kladen důraz na porozumění učivu a schopnost aplikovat poznatky v praxi. Učitel kombinuje různé způsoby ověřování dosažených výsledků učení.

Hodnocení musí motivovat žáky k dalšímu zlepšení.

Možné způsoby ověřování dosažených výsledků učení:

* dialog učitele se žákem
* řízená diskuze mezi žáky
* samostatná práce na zadaných úkolech
* práce s pracovními listy
* testy na PC

#### Kritéria hodnocení

V rámci hodnocení je nutné posoudit, zda výsledek je správný jak z matematického, tak i věcného hlediska. Uvedené hodnocení body lze využít postupně dle činnosti žáků k formativnímu hodnocení, součtu bodů k hodnocení sumativnímu. Uvedené rozpětí v bodovém ohodnocení umožňuje zohlednit v hodnocení i míru podpory, kterou žák při řešení úlohy potřeboval.

Žák

* znázorní vektor pomocí soustavy souřadnic v prostoru, vypočítá velikost vektoru, provádí operace s vektory v prostoru – součet vektorů, násobení vektorů reálným číslem, lineární závislost vektorů, skalární součin vektorů, vektorový součin vektorů – max. 15 bodů
* užívá parametrickou rovnici přímky v prostoru – max. 10 bodů
* používá různá analytická vyjádření roviny  a převádí je navzájem – max. 10 bodů
* určí vzájemnou polohu dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin, bodu a přímky, bodu a roviny – max. 10 bodů
* vypočítá odchylku dvou přímek, přímky a roviny a odchylku dvou rovin v prostoru – max. 15 bodů
* vypočítá vzdálenost bodů, rovnoběžných přímek, rovnoběžných rovin, odchylku dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin – max 20 bodů
* řeší metodami analytické geometrie v prostoru úlohy se vztahem k oboru vzdělání – max. 20 bodů

Na základě počtu bodů je žák klasifikován příslušnou známkou. Učitel přitom přihlíží na žákovy schopnosti, které jsou dány např. specifickými poruchami učení nebo zdravotními a psychickými onemocněními,

**Hodnocení**:

100–90 bodů … výborný

89–75 bodů … chvalitebný

74–50 bodů … dobrý

49–33 bodů … dostatečný

32–0 bodů … nedostatečný

#### Doporučená literatura

J. Kolouchová, J. Řepová, V. Šobr: Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU, 5. část. Prometheus Praha. ISBN 978-80-7196-074-4.

F. Jirásek a kol.: Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU, 2. část. Prometheus Praha. ISBN 80-7196-322-4.

M. Hudcová, L. Kubičíková: Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium. Prometheus Praha. ISBN: 978-80-7196-318-9.

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk: Aplikované úlohy z matematiky formou žákovských miniprojektů. NÚV.

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk, Z. Bobková: Sbírka řešených úloh z aplikované matematiky pro střední školy pro technické obory se strojírenským základem. NÚV.

#### Poznámky

Tento modul je především připraven pro všechny technické obory skupiny M, které mají v průběhu studia více než 10 hodin matematiky. Školy si mohou počet hodin podle svých podmínek upravit.

#### Obsahové upřesnění

VV - Všeobecné vzdělávání

Materiál vznikl v rámci projektu Modernizace odborného vzdělávání (MOV), který byl spolufinancován z Evropských strukturálních a investičních fondů a jehož realizaci zajišťoval Národní pedagogický institut České republiky. Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Ivana Šubrtová. [Creative Commons CC BY SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.cs) – Uveďte původ – Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní.