



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

# VSTUPNÍ ČÁST

## Název modulu

CUN úlohy (Neobvyklé typy úloh)

## Kód modulu

MA-m-4/AI36

## Typ vzdělávání

Všeobecné vzdělávání

## Typ modulu

všeobecně vzdělávací

## Využitelnost vzdělávacího modulu

### Kategorie dosaženého vzdělání

M (EQF úroveň 4)

L0 (EQF úroveň 4)

### Vzdělávací oblasti

MA - Matematika a její aplikace

### Komplexní úloha

### Obory vzdělání - poznámky

### Délka modulu (počet hodin)

20

### Poznámka k délce modulu

### Platnost modulu od

30. 04. 2020

### Platnost modulu do

### Vstupní předpoklady

Vstupním požadavkem jsou způsobilosti získané na ZŠ a SŠ ve všech oblastech matematického vzdělávání. Žák musí ovládat celý rozsah povinné matematiky na střední škole. Žák ale musí zvládat i způsobilosti z ostatních předmětů, především ICT, přírodovědného, odborného i jazykového vzdělávání.

# JÁDRO MODULU

## Charakteristika modulu

Matematické vzdělávání by mělo jít nad rámec rutinních úkolů a zahrnovat problémy, které jsou komplexní, neznámé a

nerutiní (CUN). Tento typ úloh je velmi důležitý pro žáky oboru M, neboť v praxi, při práci v oboru (ale i v občanském životě) má většina problémů podobný charakter. Řešitel problému – absolvent školy musí při řešení problému vymezit jeho původně nepřesné zadání, doplnit (měřením, hledáním v informačních zdrojích) potřebné informace a problém vyřešit a ověřit správnost řešení a případně zkušenost zobecnit.

Modul CUN úloh (Neobvyklé typy úloh) je hlavním prostředkem problémového vyučování. Patří mezi volitelné moduly středního vzdělávání, které působí napříč všemi oblastmi matematického vzdělávání. Rozvíjí a rozšiřuje výsledky vzdělávání osvojené na střední škole, odhaluje hlubší a nové souvislosti a rozvíjí mentální schopnosti a dovednosti žáků.

Neobvyklé typy úloh můžeme rozdělit podle řady kritérií. Jednou možností je dělení podle části úlohy, která je netypická a nutí žáka hledat vhodný přístup k řešení problému (zadání, postup a výsledné řešení). Další možností je dělení podle tématu (úlohy ryzí matematiky, úlohy inspirované praxí a úlohy rekreační matematiky). Další možností je rozdělit úlohy podle jednotlivých oblastí matematiky, kterých se týkají.

Tyto úlohy umožňují hlubší pochopení učiva, jeho upevnění a především jeho tvořivé použití a optimalizaci řešení. Rozvíjí kompetence získané v ostatních oblastech vzdělávání a uvádí je do vzájemných souvislostí. Nejde o použití složitého matematického aparátu, ten je nahrazen využitím vhodného matematického softwaru a zdrojů informací. Jde o rozvíjení mentálních kompetencí a schopností žáka reagovat na různé typy i neočekávaných problémů, které přináší praxe. Získané kompetence jsou důležité pro odborné vzdělávání, výkon povolání i pro běžný život a další vzdělávání žáka.

### **Obsahový okruh:**

Úlohy s neobvyklým zadáním (neúplné, předimenzované, zpracování experimentu)

Úlohy řešené netradičními postupy (nové, méně známé či netradiční užití známých postupů)

Úlohy s neobvyklým řešením (více řešení, bez řešení, neřešitelné)

Neobvyklé úlohy ryzí matematiky

Neobvyklé matematické úlohy se vztahem k běžnému životu a oboru vzdělání

Matematické rekreace – rozvoj mentálních operací

### Návaznosti modulu:

Tento modul úzce souvisí se všemi moduly matematického vzdělávání, s praxí i odborným vzděláváním. Rozšiřuje a prohlubuje matematické vzdělávání a jeho aplikace.

Modul je klíčový pro praktický život i další vzdělávání. Měl by být zařazen na závěr matematického vzdělávání až po zvládnutí povinného rozsahu matematiky.

## **Očekávané výsledky učení**

Žák

- porozumí a posoudí zadání úlohy;
- odliší podstatné a nepodstatné informace potřebné k řešení úlohy;
- při řešení úloh vyhledává potřebné informace, zpracovává je a využívá;
- zpracuje experimentální data, určí formu i typ výstupu a zvolí vhodnou metodu zpracování;
- využívá známé matematické algoritmy v nových souvislostech;
- vyhledá s využitím zdrojů informací algoritmy potřebné k řešení úlohy;
- hledá, případně vymýšlí a diskutuje nové způsoby řešení;
- řeší úlohy v týmu, využívá různé metody řešení problémů (brainstorming, ...);
- při řešení úloh účelně využívá digitální technologie a vhodný software;
- posoudí různé algoritmy a vybere ten optimální;
- diskutuje řešení úlohy a posoudí jeho správnost, význam a další souvislosti;
- prezentuje svá řešení, obhájí je;
- navrhuje další varianty zadání již vyřešené úlohy, které umožňují další alternativní řešení.

## **Obsah vzdělávání (rozpis učiva)**

- neúplné a předimenzované zadání úlohy

- získání experimentálních dat k řešení problému a jejich zpracování
- neobvyklé využití známých algoritmů
- hledání a vymyšlení nových algoritmů
- využití matematického softwaru (CAS, tabulkový kalkulátor, dynamická geometrie apod.)
- posouzení správnosti a významu řešení úlohy a vyhledání jeho vhodných aplikací
- matematické úlohy inspirované praxí (obor vzdělávání, běžný život a ostatní předměty)
- matematické rekreace

## Učební činnosti žáků a strategie výuky

Pro dosažení výsledků učení jsou doporučeny následující činnosti:

- řízená diskuse mezi žáky a učitelem (řízené objevování)
- vysvětlování učitele s ilustračními příklady
- individuální práce žáka s využitím digitálních technologií a zdrojů informací
- individuální práce žáka při řešení problému (projektu)
- skupinová práce žáků při řešení problému (projektu)

Modul je nutné realizovat v jednom celku jako prohloubení a ověření všech získaných matematických a odborných kompetencí.

Zařazení do učebního plánu, ročník

# VÝSTUPNÍ ČÁST

## Způsob ověřování dosažených výsledků

Výsledky učení se ověřují jak průběžně, tak i v závěru modulu. Při hodnocení je kladen důraz na hloubku porozumění učivu a schopnosti aplikovat poznatky v praxi. Učitel kombinuje různé způsoby ověřování dosažených výsledků učení.

Hodnocení by mělo motivovat žáky k dalšímu zlepšování.

Možné způsoby ověřování dosažených výsledků učení:

- prezentace a obhajoba řešení žákem
- dialog učitele se žákem
- práce žáka s digitálními technologiemi a zdroji informací
- práce žáka v týmu
- samostatná práce žáka
- řešení projektů
- práce s pracovními listy
- písemný test

## Kritéria hodnocení

Uvedené hodnocení body lze využít postupně dle činností žáků k formativnímu hodnocení, součtu bodů k hodnocení sumativnímu. Uvedené rozpětí v bodovém ohodnocení umožňuje zohlednit v hodnocení i míru podpory, kterou žák při řešení úlohy potřeboval.

Žák

- porozumí zadání, vyhodnotí údaje, vyhledá a doplní potřebné údaje – max. 20 bodů
- vyřeší neobvyklou úlohu, vyhledá či objeví nový algoritmus – max. 20 bodů
- při řešení úloh využívá digitální technologie – max. 20 bodů
- řeší úlohu v týmu, spolupracuje a komunikuje s ostatními členy týmu – max. 20 bodů
- prezentuje řešení úlohy, obhájí své řešení, vysvětlí jeho význam a navrhne případné úpravy zadání i řešení úlohy – max. 20 bodů

Na základě počtu bodů je žák klasifikován příslušnou známkou. Učitel přitom přihlíží na žákovy schopnosti, které jsou dány např. specifickými poruchami učení nebo zdravotními a psychickými omezeními. Využívá i informativní hodnocení.

**Hodnocení:**

100–86 ⇒ výborný

85–75 ⇒ chvalitebný

74–50 ⇒ dobrý

49–33 ⇒ dostatečný

32–0 ⇒ nedostatečný

## Doporučená literatura

Perelman, J. I. Zajímavá geometrie. Praha, Mladá fronta, 1954.

Perelman, J. I. Zajímavá algebra. Praha, SNTL, 1985.

Perelman, J. I. Zajímavá matematika. Praha, Mladá fronta, 1961.

Korděmskij, B. A. Matematické prostocviky. Praha, Mladá fronta, 1957.

Dobrovolný, B. 200 duševních čtvrthodinek. Praha, Hokr, 1939.

Dobrovolný, B. Zábavná matematika: Základní kniha matematických hříček. Praha, Levné knihy KMa, 2001. ISBN 80-7309-033-3.

Dobrovolný, B. Zábavná matematika: Další kniha matematických hříček. Praha, Levné knihy KMa, 2001. ISBN 80-7309-034-1.

Dobrovolný, B. Matematické rekreace. Praha, Práce, 1969.

Dobrovolný, B. Nové matematické rekreace. Praha, Práce, 1967.

Gardner, M. Jakou barvu má medvěd. Praha, Portál, 2017. ISBN 978-80-262-1166-2.

Gardner, M. Zábavné matematické hádanky. Praha, Dokořán, 2018. ISBN 978-80-7363-884-9.

Kowal, B. Matematika pro volné chvíle. Praha, SNTL, 1985.

Opava, Z. Matematika kolem nás. Praha, Albatros, 1989.

Wesley, R. Matematika pre každého. Bratislava, Slovenské vydavateľstvo technickej literatury, 1967.

Willers, M. Algebra bez (m)učení. Praha, Grada Publishing, 2012. ISBN 978-80-247-4123-9.

Askew, M., Ebbuttová, S.: Geometrie bez (m)učení. Praha, Grada Publishing, 2012. ISBN 978-80-247-4125-3.

Stewart, I. Kabinet matematických kuriozit profesora Stewarta. Praha, Dokořán, 2013. ISBN 978-80-7363-292-2.

Kuřina, F. Problémové vyučování v geometrii. Praha, SPN, 1976.

Matematika pro všechny [online] <http://home.pf.jcu.cz/~math4all/>

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk: Aplikované úlohy z matematiky formou žákovských miniprojektů. NÚV.

M. Bartošek, F. Procházka, M. Staněk, Z. Bobková: Sbírka řešených úloh z aplikované matematiky pro střední školy pro technické obory se strojírenským základem. NÚV.

## Poznámky

Tento modul je připraven pro všechny obory skupiny M, které mají více než 10 hodin matematiky v průběhu studia.

Na podporu výuky bude zpracován v rámci projektu MOV výběr úloh vhodných pro SOV.

## Obsahové upřesnění

VV - Všeobecné vzdělávání

*Materiál vznikl v rámci projektu Modernizace odborného vzdělávání (MOV), který byl spolufinancován z Evropských strukturálních a investičních fondů a jehož realizaci zajišťoval Národní pedagogický institut České republiky. Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Miroslav Staněk. [Creative Commons CC BY SA 4.0](#) – Uveďte původ – Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní.*