



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



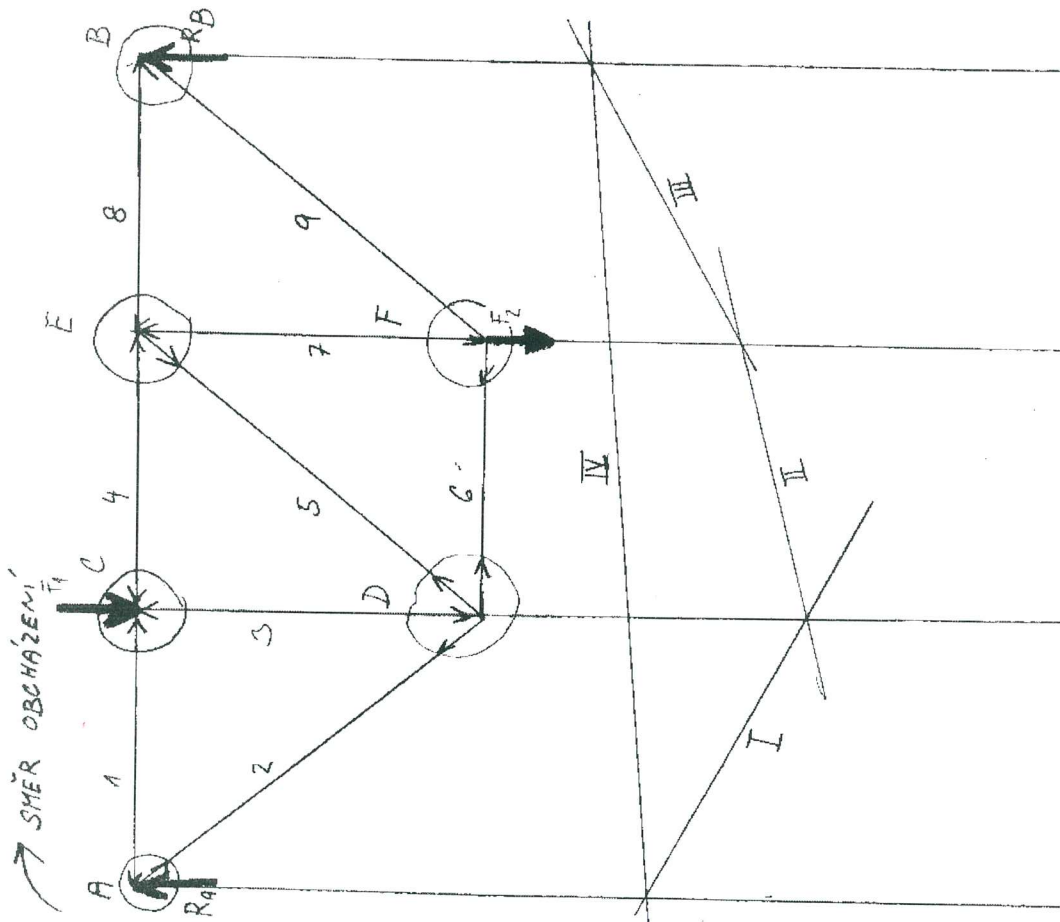
Příloha komplexní úlohy



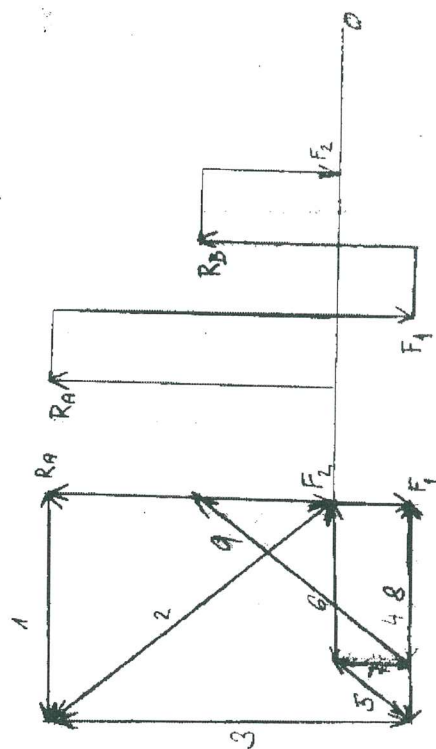
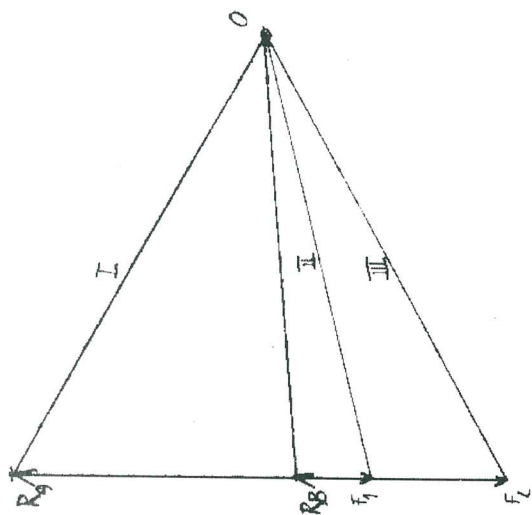
Národní pedagogický institut České republiky
Projekt Modernizace odborného vzdělávání (MOV)
Senovážné nám. 872/25, 110 00 Praha 1
www.projektmov.cz

Obsah:

- 1) R_A , R_B , určení síly v prutech (Kremoaňák)
- 2) kontrola sil v prutech (výpočet)
- 3) dimenzování prutu na vzpěr
- 4) dimenzování prutu na tah
- 5) návrh svařovaných styčníků
- 6) návrh šroubovaných styčníků
- 7) návrh nýtovaných styčníků



$M_F: 1\text{mm}=1\text{kN}, M_L: 1\text{mm}=50\text{mm}$



RA	RB	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		tlak	tah	tlak	tlak	tah	tah	tlak	tlak	tah
41kN	31kN	33kN	53kN	52kN	33kN	14kN	24kN	10kN	24kN	40kN

2. kontrola sil v prutech (výpočet)

2.1. výpočet reakcí

$$\sum F_y = 0$$

$$R_A - F_1 - F_2 + R_B = 0$$

$$R_A = F_1 + F_2 - R_B$$

$$R_A = 52 \text{ kN} + 20 \text{ kN} - 30,6 \text{ kN}$$

$$R_A = 41,4 \text{ kN}$$

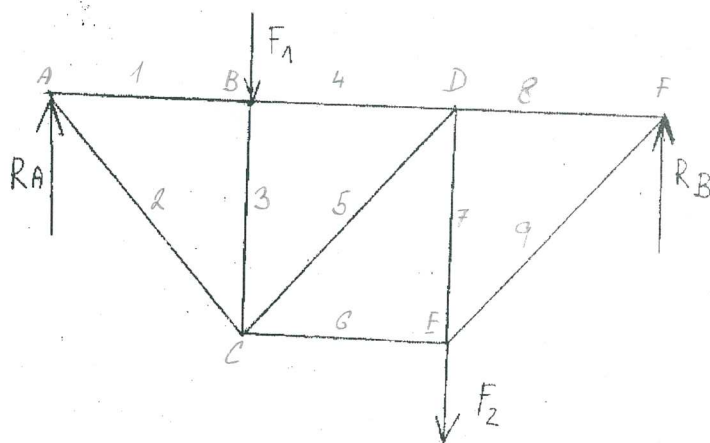
$$\sum M_I = 0 \quad (\text{k bodu } A)$$

$$F_1 \cdot 2000 \text{ mm} + F_2 \cdot 4000 \text{ mm} - R_B \cdot 6000 \text{ mm} = 0$$

$$R_B = \frac{F_1 \cdot 2000 \text{ mm} + F_2 \cdot 4000 \text{ mm}}{6000 \text{ mm}}$$

$$R_B = \frac{52 \text{ kN} \cdot 2000 \text{ mm} + 20 \text{ kN} \cdot 4000 \text{ mm}}{6000 \text{ mm}}$$

$$R_B = 30,6 \text{ kN}$$



2.2. výpočet sil ve styčnicích (průsečná metoda)

$$\sum F_y = 0$$

$$R_A - S_{2y} = 0$$

$$S_{2y} = R_A = 41,4 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0$$

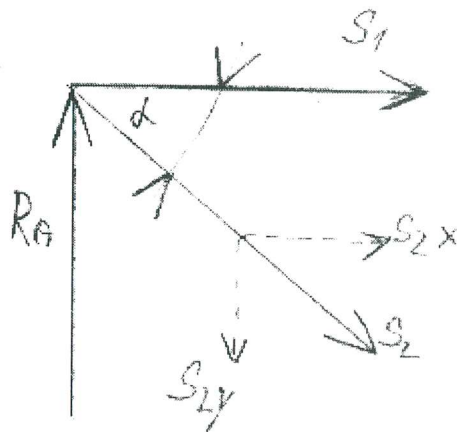
$$S_1 + S_{2x} = 0$$

$$S_1 = -S_{2x} = -33 \text{ kN}$$

$$S_2 = \frac{S_{2y}}{\cos \alpha} = \frac{41,4 \text{ kN}}{\cos 51^\circ 20'} = 53 \text{ kN}$$

$$\tan \alpha = \frac{2500}{2000} \Rightarrow \alpha = 51^\circ 20'$$

$$S_{2x} = \sqrt{S_2^2 - S_{2y}^2} = \sqrt{53^2 \text{ kN}^2 - 41,4^2 \text{ kN}^2} = 33 \text{ kN}$$



$$\sum F_x = 0$$

$$S_4 + S_{2x} = 0$$

$$S_4 = -S_{2x} = -33 \text{ kN}$$

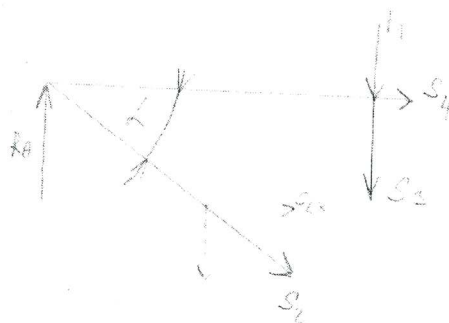
$$\sum F_y = 0$$

$$R_A - S_{2y} + F_1 - S_3 = 0$$

$$S_3 = R_A - S_{2y} - F_1$$

$$S_3 = 41,4 \text{ kN} - 41,4 \text{ kN} - 52 \text{ kN}$$

$$S_3 = -52 \text{ kN}$$



$$\sum F_y = 0$$

$$R_A - F_1 + S_{5y} = 0$$

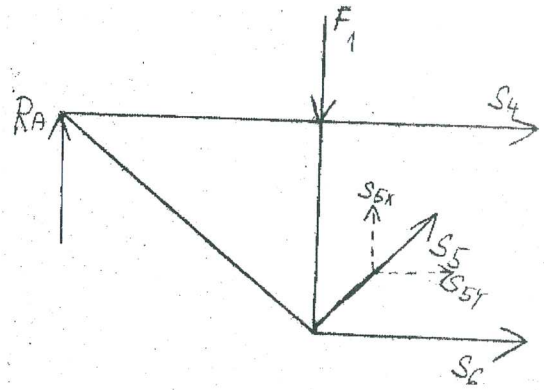
$$S_{5y} = -R_A + F_1$$

$$S_{5y} = -41,4kN + 52kN$$

$$S_{5y} = 10,6kN$$

$$S_5 = \frac{S_{5y}}{\cos \alpha} = \frac{10,6kN}{\cos 51^\circ 20'} = 13,6kN$$

$$S_{5x} = \sqrt{S_5^2 - S_{5y}^2} = \sqrt{13,6^2 kN^2 - 10,6^2 kN^2} = 8,5kN$$



$$\sum F_x = 0$$

$$S_6 + S_{5x} + S_4 = 0$$

$$S_6 = -S_{5x} - S_4$$

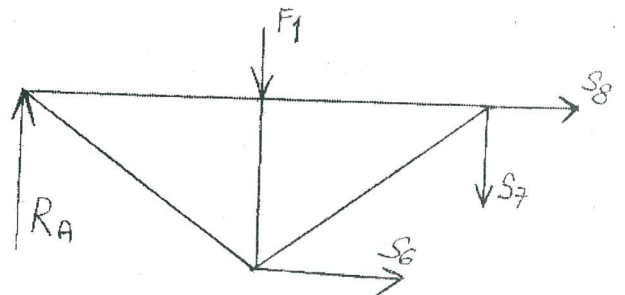
$$S_6 = -8,5kN - (-33)kN$$

$$S_6 = 24,5kN$$

$$\sum F_x = 0$$

$$S_8 + S_6 = 0$$

$$S_8 = -S_6 = -24,5kN$$



$$\sum F_y = 0$$

$$R_A - F_1 - S_7 = 0$$

$$S_7 = R_A - F_1$$

$$S_7 = 41,4kN - 52kN$$

$$S_7 = -10,6kN$$

$$\sum F_x = 0$$

$$S_8 + S_{9x} = 0$$

$$S_{9x} = -S_8 = 24,5kN$$

$$S_9 = \frac{S_{9x}}{\cos \alpha} = \frac{24,5kN}{\cos 51^\circ 20'} = 39,2kN$$

kontrola S_9

$$\sum F_y = 0$$

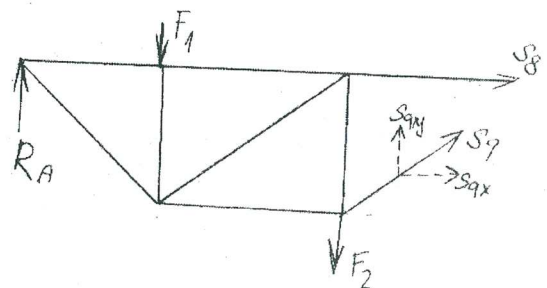
$$R_A - F_1 + S_{9y} - F_2 = 0$$

$$S_{9y} = -R_A + F_1 + F_2$$

$$S_{9y} = -41,4kN + 52kN + 20kN$$

$$S_{9y} = 30,6kN$$

$$S_9 = \frac{S_{9y}}{\sin \alpha} = \frac{30,6kN}{\cos 51^\circ 20'} = 39,2kN$$



3. dimenzování prutu na vzpěr

Vzpěrem jsou namáhány pruty: 1; 3; 4; 7; 8

Jsou zde dvě přepočtené vzpěrnostní délky nosníků: $L_{ef1} = 1000\text{mm}$ pro styčníky 1, 4, 8;
 $L_{ef2} = 1250\text{mm}$ pro styčníky 3, 7

Předběžně volím profil prutu: L 60x40x5

Hodnoty zjištěné v ST: $i = 9\text{mm}$; $I_{MIN} = 36\,000\text{mm}^4$; $E = 2,1 \cdot 10^5\text{MPa}$

Výpočet štíhlostního poměru λ :

λ_{MAX} mez po kterou platí výpočet podle Eulera

$$\lambda_1 = \frac{L_{ef1}}{i} = \frac{1000\text{mm}}{9\text{mm}} = 111,11$$

$$\lambda_1 \leq \lambda_{MAX}$$

$$111,11 \leq 250$$

$$\lambda_2 = \frac{L_{ef2}}{i} = \frac{1250\text{mm}}{9\text{mm}} = 138,88$$

$$\lambda_2 \leq \lambda_{MAX}$$

$$138,88 \leq 250$$

Výpočet kritické síly pro délku styčníku L_{ef1} :

$$F_{CR1} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{MIN}}{L_{ef1}^2}$$

$$F_{CR1} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5\text{MPa} \cdot 36000\text{mm}^4}{1000^2\text{mm}^2}$$

$$F_{CR1} = 74614\text{N}$$

$$F_{CR1} \geq S_1 \quad F_{CR1} \geq S_4 \quad F_{CR1} \geq S_8$$

$$74,6\text{kN} \geq 33\text{kN} \quad 74,6\text{kN} \geq 33\text{kN} \quad 74,6\text{kN} \geq 24,5\text{kN}$$

Výpočet kritické síly pro délku styčníku L_{ef2} :

$$F_{CR1} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{MIN}}{L_{ef1}^2}$$

$$F_{CR1} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5\text{MPa} \cdot 36000\text{mm}^4}{1250^2\text{mm}^2}$$

$$F_{CR1} = 47753\text{N}$$

$$F_{CR1} \geq S_3 \quad F_{CR1} \geq S_7$$

$$47,8\text{kN} \geq 52\text{kN} \quad 47,8\text{kN} \geq 10,6\text{kN}$$

Výpočet nevyšel volí se profil: L 60x40x6

Hodnoty zjištěné v ST: $i = 9\text{mm}$; $I_{\text{MIN}} = 42\,000\text{mm}^4$; $E = 2,1 \cdot 10^5\text{MPa}$

Výpočet štíhlostního poměru λ :

$$\lambda_1 = \frac{L_{\text{ef}1}}{i} = \frac{1000\text{mm}}{9\text{mm}} = 111,11$$

λ_{MAX} mez po kterou platí výpočet podle Eulera

$$\lambda_1 \leq \lambda_{\text{MAX}}$$

$$111,11 \leq 250$$

$$\lambda_2 = \frac{L_{\text{ef}2}}{i} = \frac{1250\text{mm}}{9\text{mm}} = 138,88$$

$$\lambda_2 \leq \lambda_{\text{MAX}}$$

$$138,88 \leq 250$$

Výpočet kritické síly pro délku styčnicku $L_{\text{ef}1}$:

$$F_{\text{CR}1} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\text{MIN}}}{L_{\text{ef}1}^2}$$

$$F_{\text{CR}1} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \text{MPa} \cdot 42000\text{mm}^4}{1000^2 \text{mm}^2}$$

$$F_{\text{CR}1} = 87050\text{N}$$

$$F_{\text{CR}1} \geq S_1 \quad F_{\text{CR}1} \geq S_4 \quad F_{\text{CR}1} \geq S_8$$

$$87,1\text{kN} \geq 33\text{kN} \quad 87,1\text{kN} \geq 33\text{kN} \quad 87,1\text{kN} \geq 24,5\text{kN}$$

Výpočet kritické síly pro délku styčnicku $L_{\text{ef}2}$:

$$F_{\text{CR}1} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\text{MIN}}}{L_{\text{ef}1}^2}$$

$$F_{\text{CR}1} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \text{MPa} \cdot 42000\text{mm}^4}{1250^2 \text{mm}^2}$$

$$F_{\text{CR}1} = 55711\text{N}$$

$$F_{\text{CR}1} \geq S_3 \quad F_{\text{CR}1} \geq S_7$$

$$55,7\text{kN} \geq 52\text{kN} \quad 55,7\text{kN} \geq 10,6\text{kN}$$

Veškerá síla ve styčnicích je menší než síla kritická – výpočet je oprávněný

Kontrola $F_{\text{CR}1}$:

v ST $\sigma_U = 210\text{MPa}$ (v ST)

$$\sigma_{\text{ER}} = \frac{\pi^2 \cdot E}{L_{\text{ef}1}^2} \cdot i^2 \leq \sigma_U$$

$$\frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \text{MPa}}{1000^2 \text{mm}^2} \cdot 9^2 \text{mm}^2 \leq 210\text{MPa}$$

$$167,88\text{MPa} \leq 210\text{MPa}$$

Kontrola F_{CR2} :

v ST $\sigma_U = 210 \text{ MPa}$ (v ST)

$$\sigma_{ER} = \frac{\pi^2 \cdot E}{L_{ef}^2} \cdot i^2 \leq \sigma_U$$

$$\frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}}{1250^2 \text{ mm}^2} \cdot 9^2 \text{ mm}^2 \leq 210 \text{ MPa}$$

$$107,4 \text{ MPa} \leq 210 \text{ MPa}$$

Při výpočtu na vzpěr vyšel pro všechny pruty namáhané na vzpěr normalizovaný profil

L 60x40x6 – ČSN 42 5545.01 – 11 373

4. dimenzování prutu na tah

Tahem jsou namáhány pruty: 2; 5; 6; 9

Předběžně volím profil prutu: L 60x40x6

Hodnoty zjištěné v ST: $A = 568 \text{ mm}^2$, $\sigma_{DT} = 140 \text{ MPa}$

Výpočet pro prut 2:

$$\sigma_T = \frac{S_2}{A} \leq \sigma_{DT}$$

$$\frac{53000 \text{ N}}{568 \text{ mm}^2} \leq 140 \text{ MPa}$$

$$93,3 \text{ MPa} \leq 140 \text{ MPa}$$

Výpočet pro prut 5:

$$\sigma_T = \frac{S_5}{A} \leq \sigma_{DT}$$

$$\frac{13600 \text{ N}}{568 \text{ mm}^2} \leq 140 \text{ MPa}$$

$$23,9 \text{ MPa} \leq 140 \text{ MPa}$$

Výpočet pro prut 6:

$$\sigma_T = \frac{S_6}{A} \leq \sigma_{DT}$$

$$\frac{24500 \text{ N}}{568 \text{ mm}^2} \leq 140 \text{ MPa}$$

$$46,1 \text{ MPa} \leq 140 \text{ MPa}$$

Výpočet pro prut 9:

$$\sigma_T = \frac{S_9}{A} \leq \sigma_{DT}$$

$$\frac{39200 \text{ N}}{568 \text{ mm}^2} \leq 140 \text{ MPa}$$

$$69 \text{ MPa} \leq 140 \text{ MPa}$$

Při výpočtu na tah vyšel pro všechny pruty namáhané na tahem normalizovaný profil

L 60x40x6 – ČSN 42 5545.01 – 11 373

5. návrh svařovaných styčnicků

Svařované styčníky jsou styčníky 1; 2; 3; 4; 6; 8; 9

Při počítání svarů na střih budu brát vždy jen celý spoj styčnicků k sobě. Na kontrolu svaru můžu vzít jen v tom spoji jen největší sílu působící ve styčnicku a nejmenší plochu svaru, který je ve svazku styčnicků. (číslování styčnicků viz str. 3.)

Všude jsou použity svary o velikosti $t = 6\text{mm}$.

$$\text{kde početní výška svaru je } a = \frac{t}{\sqrt{2}} = \frac{6\text{mm}}{\sqrt{2}} = 4,24\text{mm}$$

Dovolené napětí ve smyku je $\tau_{DS} = 65\text{MPa}$ (v ST)

5.1 spoj styčnicků A

Největší síla je ve styčnicku $S_2 = 53\text{kN}$

Nejmenší svar je po délce $l = 590\text{mm}$

$$\tau_s = \frac{S_2}{l \cdot a} \leq \tau_{DS}$$

$$\frac{53000\text{kN}}{590\text{mm} \cdot 4,24\text{mm}} \leq 65\text{MPa}$$

$$21,2\text{MPa} \leq 65\text{MPa}$$

Spoj vyhovuje.

5.2 spoj styčnicků B

Největší síla je ve styčnicku $S_3 = 52\text{kN}$

Nejmenší svar je po délce $l = 400\text{mm}$

$$\tau_s = \frac{S_3}{l \cdot a} \leq \tau_{DS}$$

$$\frac{52000\text{kN}}{400\text{mm} \cdot 4,24\text{mm}} \leq 65\text{MPa}$$

$$30,7\text{MPa} \leq 65\text{MPa}$$

Spoj vyhovuje.

5.3 spoj styčnicků C

Největší síla je ve styčnicku $S_3 = 52\text{kN}$

Nejmenší svar je po délce $l = 406\text{mm}$

$$\tau_s = \frac{S_3}{l \cdot a} \leq \tau_{DS}$$

$$\frac{52000\text{kN}}{406\text{mm} \cdot 4,24\text{mm}} \leq 65\text{MPa}$$

$$30,2\text{MPa} \leq 65\text{MPa}$$

Spoj vyhovuje.

5.4 spoj styčnicků D

Největší síla je ve styčnicku $S_4 = 33\text{kN}$

Nejmenší svar je po délce $l = 600\text{mm}$

$$\tau_s = \frac{S_4}{l \cdot a} \leq \tau_{DS}$$

$$\frac{33000\text{kN}}{600\text{mm} \cdot 4,24\text{mm}} \leq 65\text{MPa}$$

$$13\text{MPa} \leq 65\text{MPa}$$

Spoj vyhovuje.

5.5 spoj styčnicků E

Největší síla je ve styčnicku $S_9 = 39,2\text{kN}$

Nejmenší svar je po délce $l = 640\text{mm}$

$$\tau_s = \frac{S_2}{l \cdot a} \leq \tau_{DS}$$

$$\frac{39200\text{kN}}{640\text{mm} \cdot 4,24\text{mm}} \leq 65\text{MPa}$$

$$14,4\text{MPa} \leq 65\text{MPa}$$

Spoj vyhovuje.

5.6 spoj styčnicků F

Největší síla je ve styčnicku $S_9 = 39,2\text{kN}$

Nejmenší svar je po délce $l = 590\text{mm}$

$$\tau_s = \frac{S_2}{l \cdot a} \leq \tau_{DS}$$

$$\frac{39200\text{kN}}{590\text{mm} \cdot 4,24\text{mm}} \leq 65\text{MPa}$$

$$15,7\text{MPa} \leq 65\text{MPa}$$

Spoj vyhovuje.

6. návrh šroubovaných styčnicků

Šroubovaný styčník je styčník 5

Volím lícovaný šroub M10 - 5.6

Hodnoty zjištěné z ST: $\sigma_K = 300\text{MPa}$; $d = 11\text{mm}$

Potřebný počet šroubů i :

$$\tau_s = \frac{S_5}{i \cdot A} \leq \tau_{DS} \Rightarrow i$$

$$i = \frac{S_5}{\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \tau_{DS}}$$

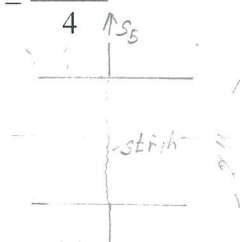
$$i = \frac{13600\text{N}}{\frac{\pi \cdot 11^2\text{mm}^2}{4} \cdot 90\text{MPa}}$$

$$i = 1,6$$

Volím 2 šrouby

$$\tau_{DS} = 0,3 \cdot \sigma_K = 0,3 \cdot 300\text{MPa} = 90\text{MPa}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$



Kontrola na otláčení:

$$p_1 = \frac{S_5}{i \cdot a \cdot d} \leq p_D$$

$$\frac{13600N}{2 \cdot 5mm \cdot 11mm} \leq 180MPa$$

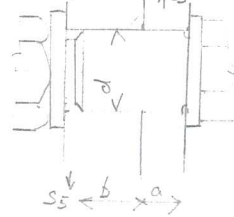
$$124MPa \leq 180MPa$$

$$p_2 = \frac{S_5}{i \cdot b \cdot d} \leq p_D$$

$$\frac{13600N}{2 \cdot 8mm \cdot 11mm} \leq 180MPa$$

$$77MPa \leq 180MPa$$

- a...délka dosedací plochy mezi šroubem a styčником
b ... délka dosedací plochy mezi šroubem a uchycování plech
 $p_D = 0,6 \cdot \sigma_K = 0,6 \cdot 300MPa = 180MPa$



Výpočet na otláčení jsem ověřil že zvolený počet šroubů vyhovuje.

Výpočtem jsme potvrdily námi zvolený **ŠROUB M10 x 28 ČSN 02 1111 – 5.6**

7. návrh nýtovaných styčníků

Nýtovaný styčník je styčník 7

Předběžně volím nýt 10 - zvolen materiál nýtu 11 300

Potřebný počet nýtů i:

$$\tau_s = \frac{S_7}{i \cdot A} \leq \tau_{DS} \Rightarrow i$$

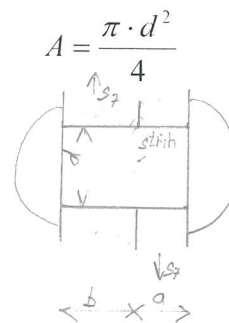
$$i = \frac{S_7}{\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \tau_{DS}}$$

$$i = \frac{10600N}{\frac{\pi \cdot 10^2 mm^2}{4} \cdot 50MPa}$$

$$i = 2,7$$

Volím 3 nýty

$\tau_{DS} = 50MPa$... dovolené napětí ve stříhu (v ST)



Kontrola na otláčení:

$$p_1 = \frac{S_7}{i \cdot a \cdot d} \leq p_D$$

$$\frac{10600N}{3 \cdot 6mm \cdot 10mm} \leq 90MPa$$

$$59MPa \leq 90MPa$$

$$p_2 = \frac{S_7}{i \cdot b \cdot d} \leq p_D$$

$$\frac{10600N}{3 \cdot 10mm \cdot 10mm} \leq 90MPa$$

$$35MPa \leq 90MPa$$

- a...délka dosedací plochy mezi nýtem a styčником
b ... délka dosedací plochy mezi nýtem a uchycování plech
 $p_D = 90MPa$... dovolený tlak (v ST)

Zvolený nýt vyhovuje. **NÝT 10 x 24 ČNS 02 2301.1**